16.00 DH

Controles

Electricité 1

SMPA

S2

Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique

Année universitaire : 2014/2015

Module de Physique : Electricité I
Filière : SMPC (S2)
Durée 2h

**Exercice1 (7 pts):**

1- On considère un fil infini chargé uniformément avec une densité de charge linéique $\lambda_1 > 0$. Ce fil est porté par l'axe vertical Oz du repère Oxyz. On considère un point M du plan xOy tel que la distance OM = r et l'angle $(\overrightarrow{Oy}, \overrightarrow{OM}) = \alpha$. (figure1-a)

Déterminer, sur la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, par la méthode de votre choix mais en justifiant les étapes, l'expression du champ électrostatique $\vec{E}$(M), crée par le fil au point M, en fonction de $\lambda_1$, r et α.

2- On considère le système de la figure1-b. Il est formé du fil infini chargé, précédent et d'un fil AB de longueur 2L chargé uniformément avec $\lambda_2 > 0$ et disposé par rapport au fil infini comme indiqué sur la figure1-b : AB est parallèle à l'axe Ox, rencontre l'axe Oy au point H tel que HA = HB = L et OH = a.

Soit M un point quelconque de AB tel que $(\overrightarrow{Oy}, \overrightarrow{OM}) = \alpha$. (figure1-b)

a- Déterminer, dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, l'expression de la force élémentaire $\overrightarrow{dF}$ exercée par le fil infini sur un élément dl (centré en M) du fil AB, en fonction de la seule variable α.

b- En déduire la force $\vec{F}$ exercée sur tout le fil AB en fonction de $\lambda_1$, $\lambda_2$, L et a.

c- Que devient $\vec{F}$ si le fil AB est infini ?

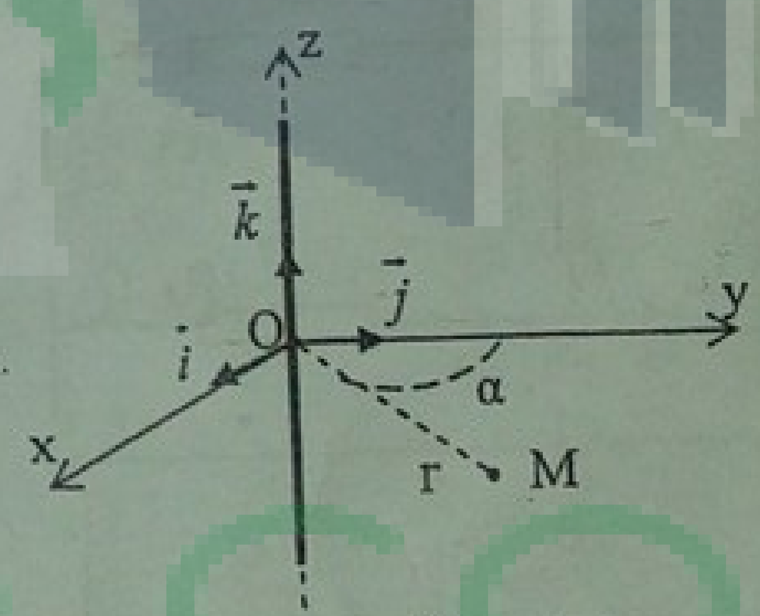



Figure1-a

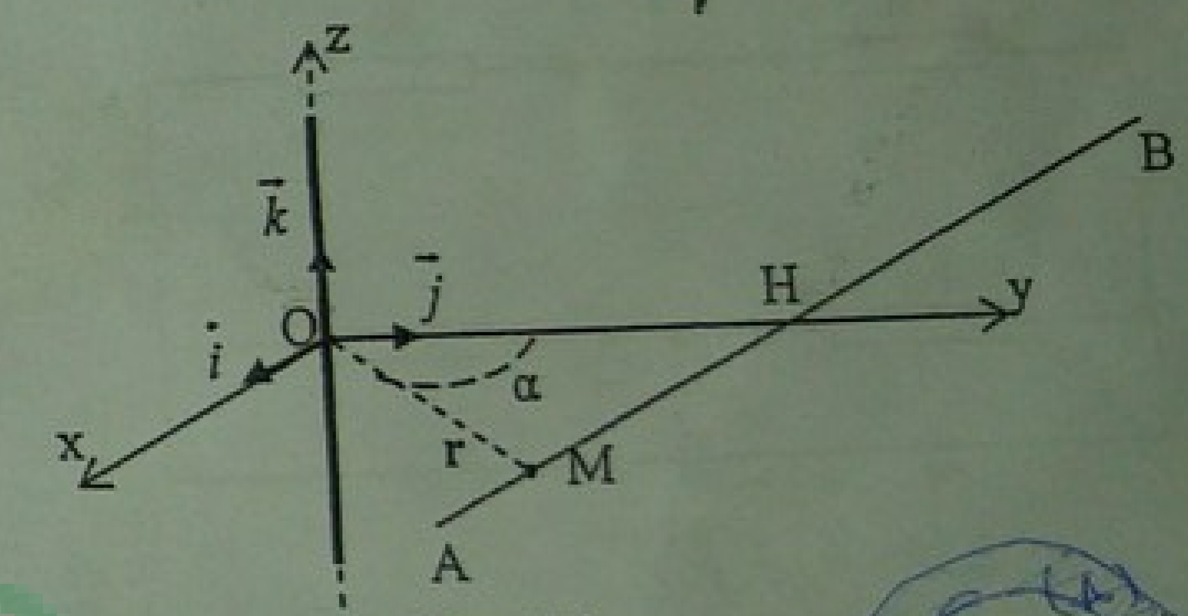
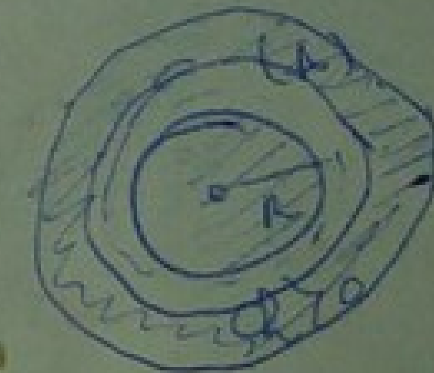



Figure1-b



**Exercice2 (6 pts):**

A- On considère une sphère homogène A conductrice pleine de centre O et de rayon R

A l'équilibre électrostatique elle porte une charge Q > 0. On désigne par e la charge élémentaire.

1- La sphère a –t-elle gagné ou perdu des électrons ? Quel est leur nombre ? Q>0 P

2- Comment est répartie la charge Q de A et avec quelle densité ? sur la surface

3- Donner le champ électrostatique à l'intérieur de la sphère conductrice A. $E_{int} = 0$

4- Déterminer le potentiel électrostatique de A. V = cte

5- Donner l'expression du champ électrostatique au voisinage immédiat de la sphère A en fonction de Q,

B- La sphère conductrice A est maintenant mise à l'intérieur d'une sphère creuse conductrice B, neu[tre]... même centre O et de rayons intérieur $R_2 = \frac{3}{2}R$ et extérieur $R_3 = 2R$. On place une charge ponctuell[e]... distance $r_0 = \frac{5}{4}R$ du centre O ( $R_1 < r_0 < R_2$).

**On relie la sphère A au sol.** A l'équilibre électrostatique, on note $q_1$ la charge portée par la sphère A, $q_2$ et $q_3$ les charges portées respectivement par les surfaces intérieure et extérieure de la sphère conductrice B.

1- Que vaut le champ électrostatique en un point M(r) (où : $R_2<r<R_3$) ? Justifier votre réponse ?

2- En déduire que : $q_0+q_1+q_2=0$

3- Donner l'expression du potentiel $V_A$ du conducteur A.

4- En tenant compte de la question 2 ; déduire les charges $q_1$ et $q_2$ en fonction de $q_0$?

***Exercice 3 (7 pts):***

Considérons le circuit de la figure 1.

1- Déterminer les expressions des courants I' et I''.

2- On place une résistance R entre les points A et B (figure 2). On veut déterminer du courant I qui circule à travers cette résistance R (branche AB) en appliquant le théorème de Thévenin.

a- Déterminer l'expression et la valeur de $E_{th} = (V_A-V_B)$ à vide.

b- Déterminer l'expression et la valeur de la résistance Rth.

c- En déduire l'expression et la valeur du courant I qui circule dans la branche AB

3-Détermination des courants qui circulent dans les autres branches.

a- Calculer les courants $I_3$ et $I_4$.

b- Calculer les courants $I_1$ et $I_2$.

c- En déduire la valeur du courant $I_5$

**On donne : $R=0.5\ \Omega$, $R_1=2\ \Omega$, $R_2=3\ \Omega$, $E_1=2V$ $E_2=4V$ et $E=6V$**

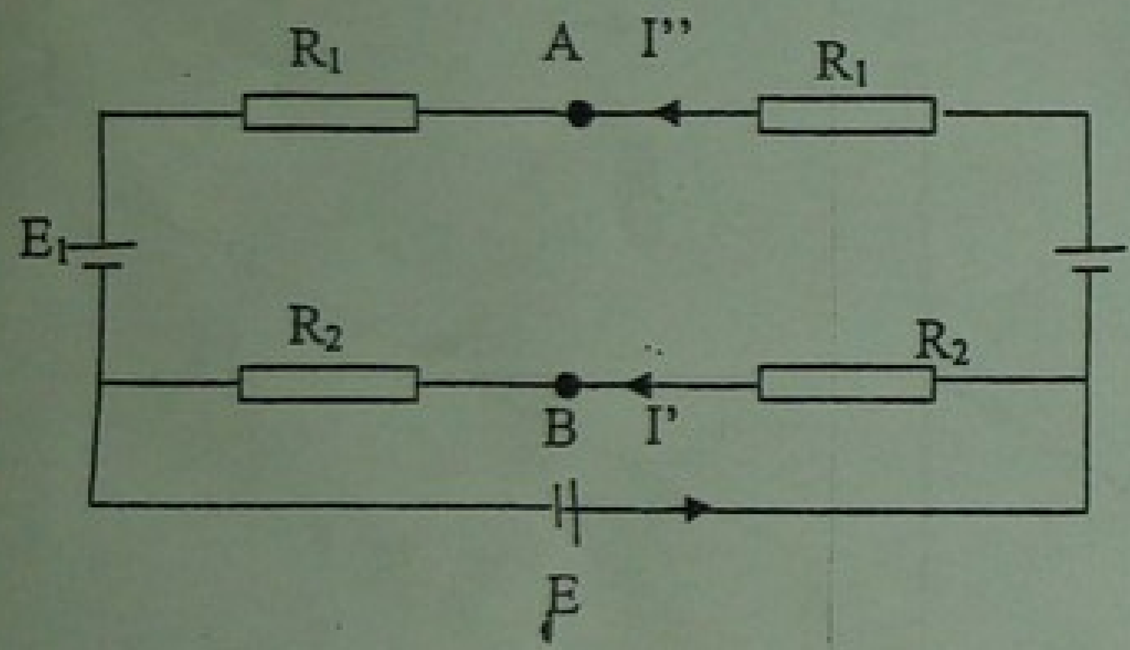



Figure 1

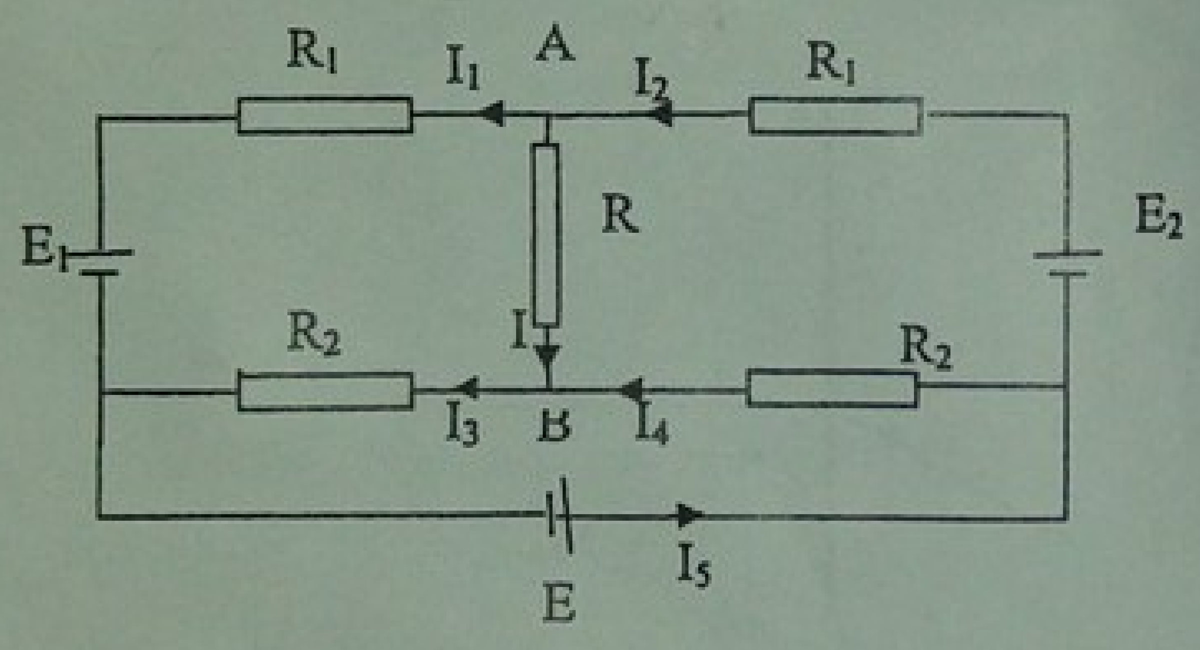



Figure 2

SMPC - S2 : 2014 - 2015 1/5

9

1

1- 2 méthodes

* Théorème de Gauss

- choix du système de coordonnées : le point M du plan xOy est repéré par ses coordonnées cylindriques dans le repère $(O, \vec{e_r}, \vec{e_\varphi}, \vec{k_z})$

- La distribution de charge est laissée invariante par rotation d'angle $\varphi$ autour de Oz : $\vec{E}(M) = \vec{E}(r, z)$

1pt

- La distribution de charge est laissée invariante par translation selon Oz : $\vec{E}(M) = \vec{E}(r)$

- Le plan passant par M et perpendiculaire à Oz : $(M, \vec{e_r}, \vec{e_\varphi})$ est un plan de symétrie de la distribution : $\vec{E}(M) \in (M, \vec{e_r}, \vec{e_\varphi})$

- Le plan passant par M et contenant Oz est un plan de symétrie de la distribution : $\vec{E}(M) \in (M, \vec{e_r}, \vec{k_z})$

- Donc $\vec{E}(M) = \vec{E}(r)\, \vec{e_r}$

Le module du champ est le même pour tous les points M se trouvant à la distance OM = r de l'axe Oz

1pt

On peut prendre comme surface de Gauss, un cylindre d'(la surface d') passant par M et de hauteur h :

- S = {surfaces de bases + surface latérale}

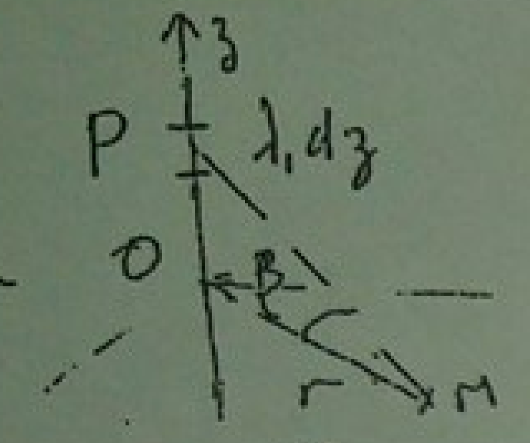
1pt

- $\oiint_S \vec{E}\cdot\vec{dS} = \iint_{surf.lat} E\, dS + \iint_{surf.bases} E\, dS = \iint_{latérale} E\, dS$

$= E \cdot 2\pi r h = \dfrac{\lambda_1 h}{\varepsilon_0}$ ; $\lambda_1$

- $\vec{E} = \dfrac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e_r} = \dfrac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 r}[\sin\alpha\, \vec{i} + \cos\alpha$

* Calcul direct



$$d\vec{E}(M) = \frac{\lambda_1 dz}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{PM}}{PM^3}$$ (0,5)

$$= \frac{\lambda_1 dz}{4\pi\varepsilon_0 PM^3}(\vec{PO}+\vec{OM})$$

$$= \frac{\lambda_1 dz}{4\pi\varepsilon_0 PM^3}\left[-z\vec{e}_z + r\vec{e}_r\right]$$ (0,5)

$\vec{e}_z = \vec{k}$

$$d\vec{E}(M) = -\frac{\lambda_1 z\, dz}{4\pi\varepsilon_0 (z^2+r^2)^{3/2}}\vec{e}_z + \frac{\lambda_1 r\, dz}{4\pi\varepsilon_0 (z^2+r^2)^{3/2}}\vec{e}_r$$

Posons : $z^2+r^2=u^2 \Rightarrow z\,dz = u\,du$ et $tg\,\beta = \frac{z}{r} \Rightarrow \frac{dz}{r} = \frac{d\beta}{\cos^2\beta}$

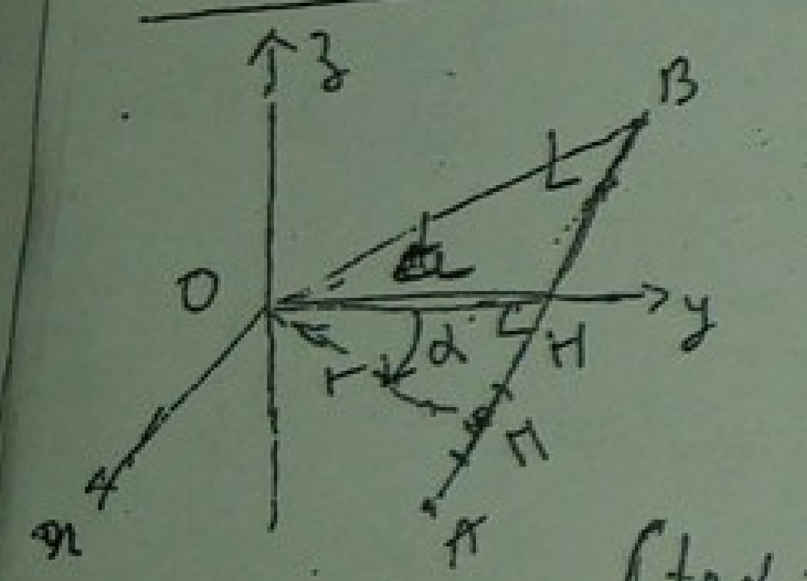
$$\cos\beta = \frac{r}{(z^2+r^2)^{1/2}}$$ (0,5) (0,5)

$$d\vec{E}(M) = -\frac{\lambda_1 u\,du}{4\pi\varepsilon_0 u^3}\vec{e}_z + \frac{\lambda_1}{4\pi\varepsilon_0 r}\cos\beta\, d\beta\, \vec{e}_r$$

$$\vec{E}(M) = \frac{+\lambda_1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{z^2+r^2}}\right]_{-\infty}^{+\infty}\vec{e}_z + \frac{\lambda_1}{4\pi\varepsilon_0 r}\left[\sin\beta\right]_{-\pi/2}^{\pi/2}\vec{e}_r$$ (0,5)

$$= \frac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e}_r = \frac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 r}\left[\sin\alpha\,\vec{i} + \cos\alpha\,\vec{j}\right]$$ (0,5)

## 2-1 Calcul de la force $\vec{F}$



a- Un élément $dl(M)$ autour de M contient la charge $dq = \lambda_2 dl$ cette charge se trouve dans $\vec{E}(M)$ subit :

$$d\vec{F} = \lambda_2 dl\, \vec{E} = \lambda_2 dx_M \vec{E}$$ (1)

$\left(tg\,\alpha = \frac{x_M}{d} \Rightarrow d\,tg\,\alpha = x_M \Rightarrow dx_M = \frac{d}{\cos^2\alpha}d\alpha\right.$ et $\left.\cos\alpha = \frac{d}{r}\right)$ (1)

$$d\vec{F} = \frac{\lambda_1\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\cos\alpha}{d}\cdot\frac{d}{\cos^2\alpha}d\alpha\left[\sin\alpha\,\vec{i} + \cos\alpha\,\vec{j}\right]$$ (0,5)

$$d\vec{F} = \frac{\lambda_1\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}d\alpha\,\vec{i} + \frac{\lambda_1\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0}d\alpha\,\vec{j}$$

1- $\vec{F} = \frac{\lambda_1\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0}\left[-Ln(\cos\alpha)\right]_{-\alpha_m}^{\alpha_m}\vec{i} + \frac{\lambda_1\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0}\left[\alpha\right]_{-\alpha_m}^{\alpha_m}\vec{j}$ avec $\alpha_m = Arctg\left(\frac{L}{2d}\right)$ (0,5)

7/5

d'où $F = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\pi\varepsilon_0}Arctg\left(\frac{L}{2d}\right)\vec{j}$ (0,5)

c : $\vec{F}$ pour $L \to \infty$

fil AB infini : $\alpha_m = \frac{\pi}{2}$

$$\vec{F} = \frac{\lambda_1\lambda_2}{2\varepsilon_0}\vec{j}$$ (0,5)

## Ex 2

A-

1- La sphère a perdu des électrons car $Q > 0$. Elle a perdu : $\frac{Q}{e}$ électrons (0,25) (0,5)

2- Q est répartie uniformément sur la surface de A avec $\sigma = \frac{Q}{4\pi R_1^2}$ (0,5)

3- $\vec{E} = \vec{0}$ à l'intérieur de A (0,25)

4- $V(O) = V_{sphère} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_1}$ (0,5)

5- $\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_1^2}\vec{n}$ , $\vec{n}$ vecteur normal à la surface de A et dirigé vers l'extérieur (0,5)
(d'après le théorème de Coulomb)

B-

1- $\vec{E}(R_2<r<R_3) = \vec{0}$ : $\vec{E} = \vec{0}$ à l'intérieur d'un conducteur en équilibre (0,5)

2- $\oiint_\Sigma \vec{E}\cdot d\vec{\Sigma} = 0 = \frac{q_1+q_0+q_2}{\varepsilon_0}$ ; $\Sigma$ : surface passant par $M\ (R_2<r<R_3)$ à l'intérieur du conducteur (0,5)

3- $V_A = V(O) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 r_0} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$ (1)

4- $V_A = 0$ , $q_2+q_3=0$ et $q_1+q_0+q_2=0$

$$V_4 = 0 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 r_0} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

$q_2 = -q_3$ et $q_1 = -q_0 + q_2$

$R_1 = R$ ; $R_2 = \frac{3}{2}R$ ; $R_3 = 2R$ et $r_0 = \frac{5}{4}R$

$$\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 \frac{5}{4}R} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 \frac{3}{2}R} - \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 . 2R} = 0$$

$$q_1 + \frac{4}{5}q_0 + \frac{2q_2}{3} - \frac{q_2}{2} = 0$$

$$q_1 + \frac{4}{5}q_0 + \frac{q_2}{6} = 0$$

et comme $q_1 + q_0 + q_2 = 0$

$$\Rightarrow q_0\left(\frac{4}{5} - 1\right) = q_2\left(1 - \frac{1}{6}\right)$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{5}q_0 = \frac{5}{6}q_2 \Rightarrow q_2 = -\frac{6}{25}q_0$$

$$q_1 = -q_0 - q_2 \Rightarrow q_1 = -q_0 + \frac{6}{25}q_0 = -\frac{19}{25}q_0$$

1,25

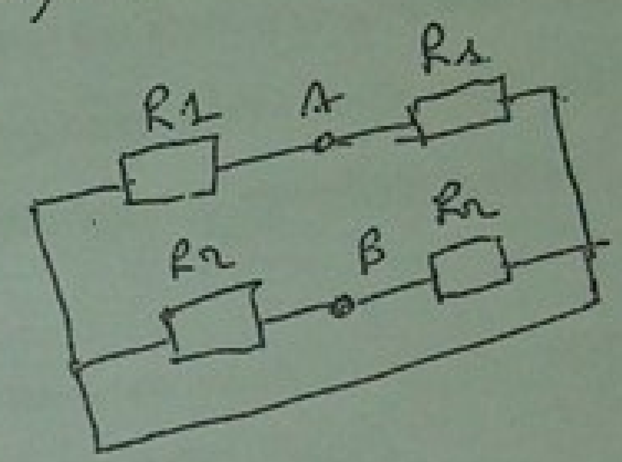
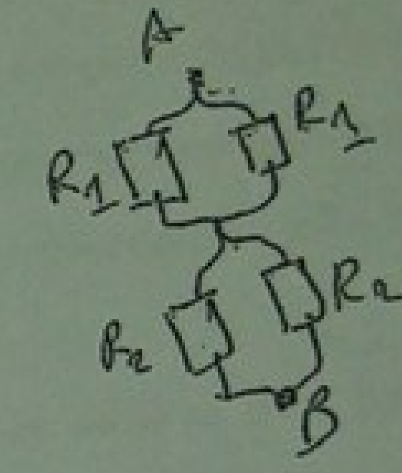
8/

Ex 3/ 1) * $E = 2R_2 I' \Rightarrow I' = \frac{E}{2R_2}$ 0,75pt

* $E_2 + E - E_1 = 2R_1 I'' \Rightarrow I'' = \frac{E_2 + E - E_1}{2R_1}$ 0,75pt

2) a- On enlève la résistance R et on retrouve le circuit de la figure 1

1pt $E_{th} = V_A - V_B)_{\text{à vide}} = -R_1 I'' + E_2 + R_2 I' = -\left(\frac{E_2 + E - E_1}{2}\right) + E_2 + \frac{E}{2} = \frac{E_1 + E_2}{2}$

b-  $\equiv$ 

$R_{th} = R_{AB} = (R_1 // R_1) + (R_2 // R_2)$

$$\boxed{R_{th} = \frac{R_1 + R_2}{2}}$$ 1pt

c- on remet R entre AB 

$$\Rightarrow I = \frac{E_{th}}{R + R_{th}} = \frac{\frac{E_1 + E_2}{2}}{R + \frac{R_1 + R_2}{2}}$$

A.N. $I = \frac{2 + 4}{1 + 2 + 3} = 1A$ 1pt

$$I = \frac{E_1 + E_2}{2R + R_1 + R_2}$$

3) a- * $E = R_2 I_4 + R_2 I_3 = R_2(I_3 + I_4) \Rightarrow I_3 + I_4 = \frac{E}{R_2} = \frac{6}{3} =$

* $I_3 = I_4 + I \iff I_3 - I_4 = I = 1A$ 0,5pt

$\Rightarrow I_3 = \frac{1+2}{2} = 1,5A$ et $I_4 = \frac{2-1}{2} = 0,5A$

b- * $E_2 + E - E_1 = R_1(I_1 + I_2) \Rightarrow I_1 + I_2 = \frac{E_2 + E - E_1}{R_1} =$

* $I_2 = I_1 + I \iff I_2 - I_1 = I = 1A$

0,5pt $I_1 = \frac{4-1}{2} = 1,5A$ et $I_2 = \frac{5}{2} = 2,5A$

c- $I_5 = I_2 + I_4 = 2,5 + 0,5 = 3A$ 0,5pt

le : 22/04/2014

niversité Cadi Ayyad
épartement de physique
aculté des sciences Semlalia
larrakech

contrôle 1 : électricité 1
Filière : SMPC (S2) (1h30 mn)

## Questions de cours

1) Enoncer le théorème de Gauss.
2) Soient un volume $\tau$ chargé avec une distribution de charges de densité $\rho$, un plan $\pi$ et deux points quelconques P et P', symétriques par rapport à ce plan.
   a- Donner $\rho(P')$ en fonction de $\rho(P)$ pour que la distribution de charges soit symétrique par rapport au plan $\pi$. Comment est alors le champ électrostatique en tout point du plan $\pi$ ?
   b- Même question pour que la distribution de charges soit antisymétrique par rapport au plan $\pi$. Quelle est alors la direction du champ électrostatique en tout point du plan $\pi$ ?

## Exercice I

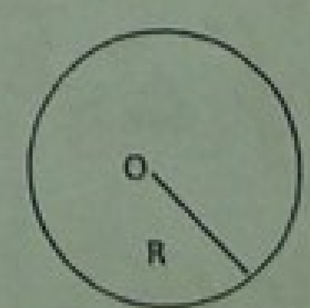
Soit une spire circulaire de centre O et de rayon R, placée dans le plan (xoy) et portant une charge Q réparti uniformément avec la densité linéique $\lambda$.

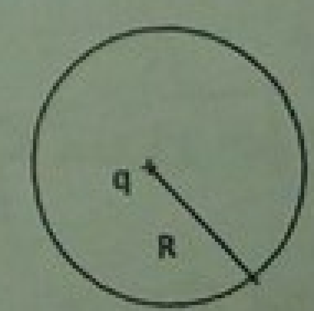
1) Déterminer le potentiel V(z) créé par cette spire en un point M(z) quelconque de son axe oz.
2) En déduire le champ électrostatique $\vec{E}$ (M) au point M.

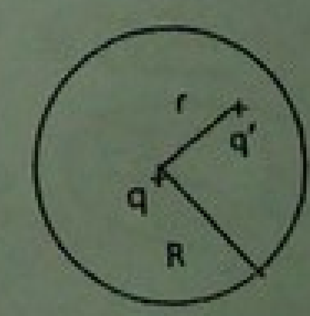
## Exercice II

Soit une sphère de centre O et de rayon R, chargée uniformément en volume avec une densité volumique $\rho$ (fig.1).

1) a- En utilisant les règles de symétrie et d'invariance, montrer que le champ électrique en un point M quelconq de l'espace s'écrit sous la forme : $\vec{E}(M)= E(r)\,\vec{e}_r$.
   b- Déterminer alors le champ à l'extérieur et à l'intérieur de la sphère.
   c- En déduire ensuite le potentiel à l'extérieur et à l'intérieur de la sphère, on prendra $v(\infty)=0$.
2) On place une charge ponctuelle q positive au centre de la sphère (fig.2).
   a- En utilisant le principe de superposition, déterminer le champ résultant créé par la charge q et la sph chargée, en tout point de l'espace.
   b- Déterminer le potentiel produit en tout point de l'espace, par le système formé par q et la sphère chargé
   c- Pour quelle valeur $\rho_o$ de $\rho$, la charge du système formé par q et la sphère chargée est nulle ? On conser cette valeur pour la suite de l'exercice.
   d- Réécrire l'expression du champ résultant en tout point de l'espace, en fonction de q et r.
3) On place une deuxième charge ponctuelle q' positive à l'intérieur de la sphère, à la distance r ≤R du cen (fig.3).
   a- Déterminer la force électrostatique résultante exercée sur q', représenter cette force sur un schéma ?
   b- Pour quelle valeur de r, la charge q' est en équilibre ?



Th. de Gauss : Le flux sortant du champ électrostatique à travers une surface (S) fermée, est égal à la somme algébrique des charges internes à cette surface (S) divisée par $\varepsilon_0$ *

-. Charge symétrique par rapport à $\pi$ si $\rho(P') = \rho(P)$ ← 0,5

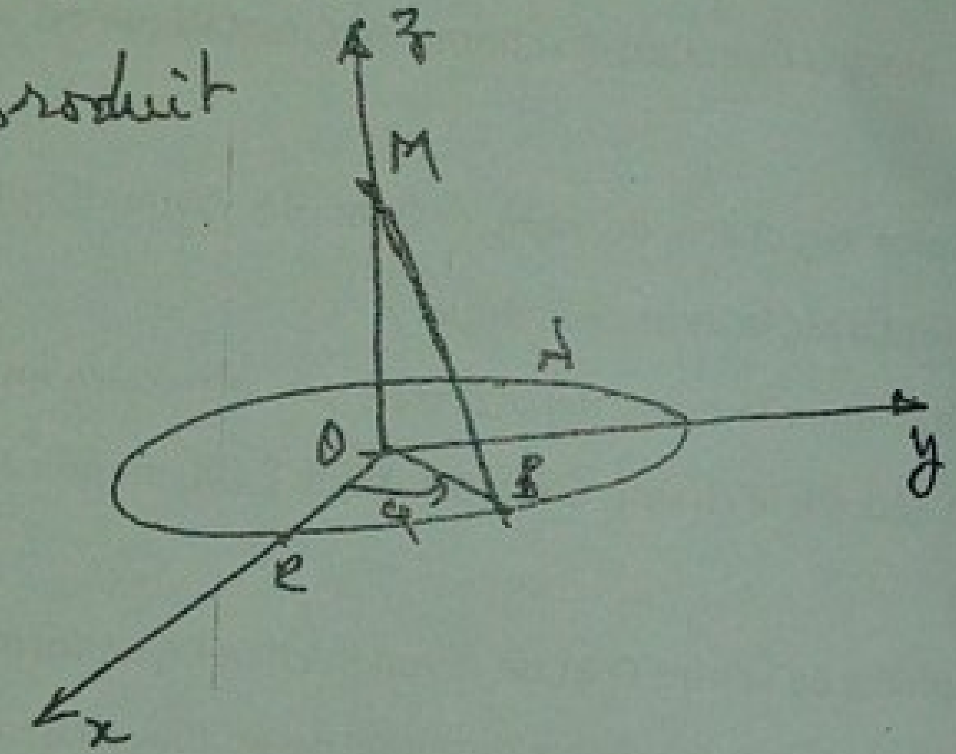
. Le champ électrique est contenu dans le plan $\pi$ ← 0,5

-. Charge antisymétrique par rapport à $\pi$ si $\rho(P') = -\rho(P)$ ← 0,5

. Le champ est perpendiculaire au plan $\pi$ ← 0,5

1.

1°) Potentiel de la spire en 1 pt de son axe.




$dl$ centré en P de charge $dq = \lambda\, dl$ produit en $M(z)$ le potentiel $dV(M) = \dfrac{\lambda\, dl}{4\pi\varepsilon_0 PM}$

$$V(M) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 PM}\int_0^{2\pi R} dl = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0 PM}$$

avec $PM = \sqrt{z^2+R^2}$

$$V(M) = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0\sqrt{z^2+R^2}} \overset{\text{ou}}{=} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{z^2+R^2}}$$

2°) Champ électrique par $\vec{E}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V(M) = -\dfrac{dV}{dz}\vec{e}_z$

$$\Rightarrow \vec{E}(M) = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0}\frac{z\,\vec{e}_z}{(z^2+R^2)^{3/2}} \overset{\text{ou}}{=} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z\,\vec{e}_z}{(z^2+R^2)^{3/2}}$$

Ex 2 :

1°) a_ tout axe passant par le centre O est un axe de symétrie, le champ est donc porté par OM $\Rightarrow \vec{E}(M) = E(r,\theta,\varphi)\,\vec{e}_r$.

$\rho$ étant uniforme ⇒ la charge est invariante par toute rotation autour du centre O ⇒ $E(M)$ est donc indépendant de $\theta$ et de $\varphi$ ⇒ $\vec{E}(M) = E(r)\,\vec{e}_r$.

1°/ Donner 1pt si on écrit uniquement $\oiint \vec{E}\cdot\vec{dS} = \dfrac{Q_i}{\varepsilon_0}$

Avril 2014

b) On applique le th de Gauss à une sphère de centre O et de rayon $r = OM$, M pt de l'espace.

$$\oiint_{sph(O,r)} \vec{E}(M)\,\vec{dS} = 4\pi r^2 E(r) = \sum_i \frac{Q_i}{\varepsilon_0}$$

à l'extérieur de la sphère $\sum_i Q_i = \iiint_{r=0}^{R} \rho\, dv = \rho\frac{4\pi}{3}R^3$.

à l'intérieur de la sphère $\sum_i Q_i = \iiint_{r=0}^{r} \rho\, dv = \rho\frac{4\pi}{3}r^3$. 1pt

d'où
$$\begin{cases} \vec{E}(M) = \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\dfrac{\vec{e}_r}{r^2} & \text{si } r \geq R \leftarrow \text{1pt} \\ \vec{E}(M) = \dfrac{\rho r}{3\varepsilon_0}\vec{e}_r & \text{si } r \leq R \leftarrow \end{cases}$$

c) Le potentiel en M à partir de $\vec{E}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V(M)$

$\Rightarrow E(r)\vec{e}_r = -\dfrac{dV(r)}{dr}\vec{e}_r \Rightarrow V(M) = -\int E(r)\,dr + cte$.

à l'extérieur de la sphère : $E(r) = \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow V_{ex}(r) = \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r} + C_1$

$V(\infty) = 0 \Rightarrow C_1 = 0$.

à l'intérieur de la sphère : $E(r) = \dfrac{\rho r}{3\varepsilon_0} \Rightarrow V_{in}(r) = -\dfrac{\rho r^2}{6\varepsilon_0} + C_2$

$C_2$ par continuité du potentiel en $r = R$

$V_{ex}(R) = V_{in}(R) \Rightarrow C_2 = \dfrac{\rho R^2}{3\varepsilon_0} + \dfrac{\rho R^2}{6\varepsilon_0} = \dfrac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}$

$\Rightarrow V_{in}(r) = \dfrac{\rho}{6\varepsilon_0}(3R^2 - r^2)$

d'où
$$\begin{cases} V(r\geq R) = \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\cdot\dfrac{1}{r} & \text{si } r \geq R \leftarrow \text{1pt} \\ V(r\leq R) = \dfrac{\rho}{6\varepsilon_0}(3R^2 - r^2) & \text{si } r \leq R \leftarrow \text{1pt} \end{cases}$$

2°) a_ Le champ produit en tt pt de l'espace est la somme vectorielle des champs produits par la sphère et la charge $\forall r > 0$.

Champ de la charge q est $\vec{E}_q(M) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\vec{e}_r}{r^2}$

d'où
$$\begin{cases} \vec{E}(M) = \left(\dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0} + \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\right)\dfrac{\vec{e}_r}{r^2} & \text{si } r \geq R. \\ \vec{E}(M) = \left(\dfrac{\rho r}{3\varepsilon_0} + \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)\vec{e}_r & \text{si } r \leq R. \end{cases}$$

la somme des potentiels produits par sphère et charge :

$V_q(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$ potentiel de la charge :

d'où
$$\begin{cases} V(M) = \left(\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0} + \frac{q}{4\pi\varepsilon}\right)\frac{1}{r} & \text{si } r \geq R. \\ V(M) = \frac{\rho}{6\varepsilon_0}\left(3R^2 - r^2\right) + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} & \text{si } r \leq R. \end{cases}$$ (1pt)

Charge du système {sphère, q} est nulle si :

$$\rho_0 \frac{4\pi R^3}{3} + q = 0 \Rightarrow \rho_0 = -\frac{3q}{4\pi R^3}$$ (0,5)

) $\rho_0 = -\frac{3q}{4\pi R^3}$ dans 2°a) donne :

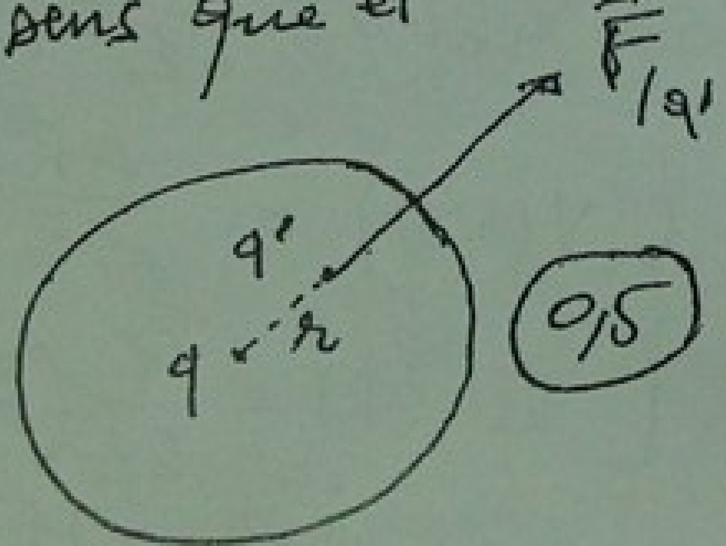
$$\begin{cases} \vec{E}(M) = \vec{0} & \text{si } r \geq R \\ \vec{E}(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r^2} - \frac{r}{R^3}\right)\vec{e_r} & \text{si } r \leq R \end{cases}$$ (1pt)

q' placée à $r \leq R$

– $\vec{F}_{/q'}$ subie par q' : $\vec{F}_{/q'} = q'\vec{E}(r \leq R)$

$$\vec{F}_{/q'} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{R^3 - r^3}{R^3}\right)\frac{\vec{e_r}}{r^2}$$ (1pt)

m̂ sens que $\vec{e_r}$




(0,5)

b– q' est en équilibre

quand $\vec{F}_{/q'} = \vec{0}$

d'où $r = R$ (0,5)

Année Universitaire 2013/14

Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique
Marrakech

**Epreuve d'Electricité**
**Filières : SMPC Semestre 2**
**2ème contrôle (Durée : 1h30')**

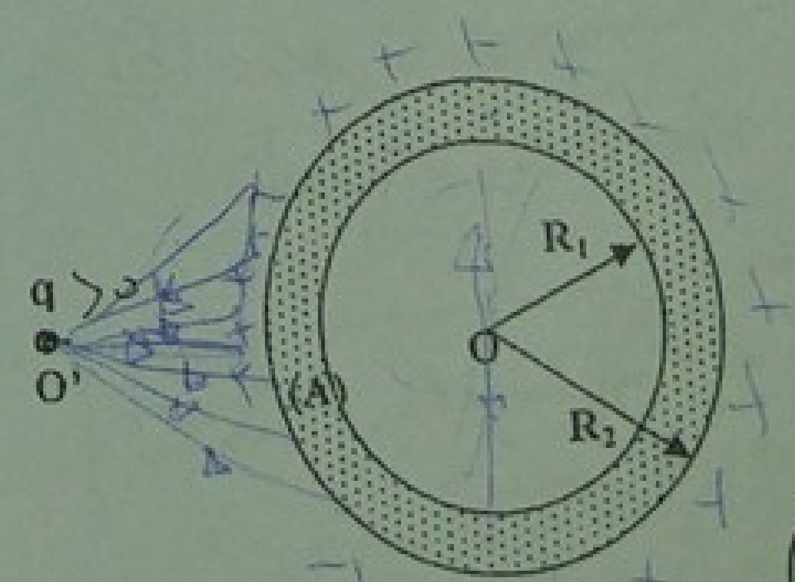
**Questions de cours :**

1. Donner la définition d'un conducteur.
2. On considère deux conducteurs : (A) portant la charge positive Q et (B) neutre. Les deux conducteurs sont isolés.
   - a- On approche (A) de (B). Que va -t- il se passer ?(faire un schéma explicatif). Qu'appelle -t- on ce phénomène ?
   - b- Sur le schéma précédent, représenter deux éléments correspondants $dS_A$ et $dS_B$.
   - c- Etablir la relation entre les charges $dQ_A$ et $dQ_B$ portées respectivement par $dS_A$ et $dS_B$.
   - d- A l'équilibre, quelles sont les charges totales $Q_A$ et $Q_B$ de (A) et (B) ?

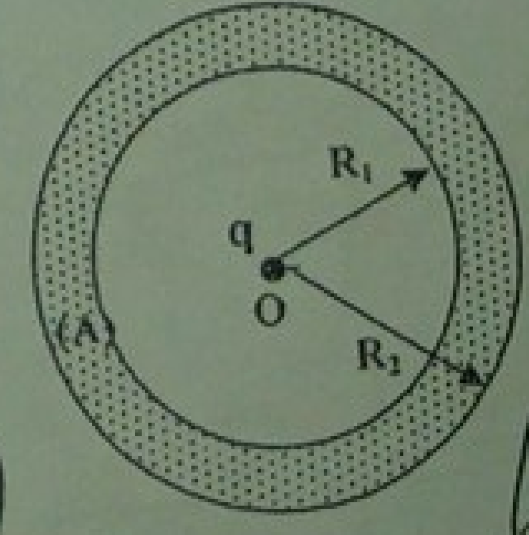
**Exercice 1**

On considère un conducteur sphérique creux (A), neutre, de centre O, de rayon interne $R_1$ et externe $R_2$ ($R_1<R_2$) et une charge ponctuelle q positive.
On désigne par $Q_1$ et $Q_2$ les charges que portent respectivement les surfaces internes ($S_{int}$) et externe ($S_{ext}$) de (A).

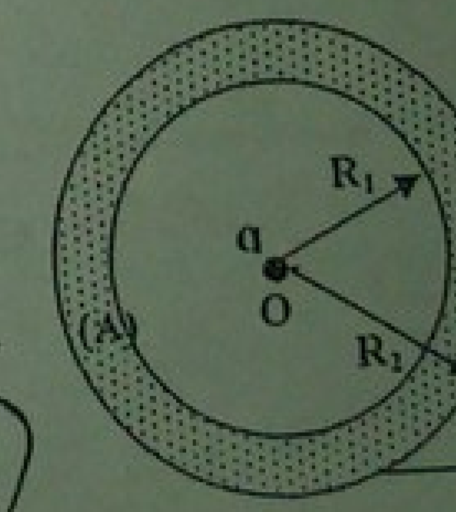
1. La charge ponctuelle q est placée en un point O' à l'extérieur de (A) (fig.1).
   - a) Représenter sur un schéma la répartition des charges sur le conducteur (A) à l'équilibre électrostatique.
   - b) Déterminer $Q_1$ et $Q_2$.
   - c) Quel est alors le champ dans la cavité de (A) ? Justifier votre réponse.
2. La charge ponctuelle q est maintenant placée au centre O du conducteur (A) (fig.2).
   - a) Quelle est la nouvelle distribution de charge sur le conducteur (A) ?
   - b) Déterminer $Q_1$ et $Q_2$.
   - c) Déterminer le champ électrostatique dans la cavité et à l'extérieur de (A).
   - d) Quel est le potentiel V de (A).
3. On relie le conducteur (A) au sol (fig.3):
   - a) Quelle est la nouvelle distribution de charge sur le conducteur (A) ?
   - b) Déterminer $Q_1$ et $Q_2$.
   - c) Déterminer le champ électrostatique dans la cavité et à l'extérieur de (A).
   - d) Quel est le potentiel V' de (A).




(fig.1).



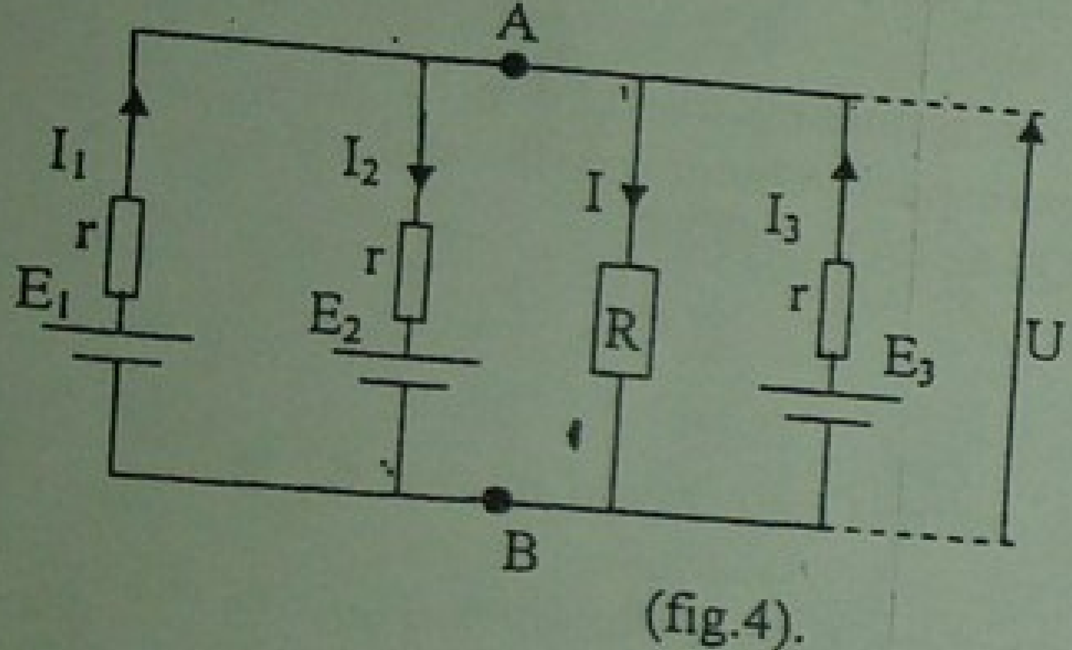

(fig.2).



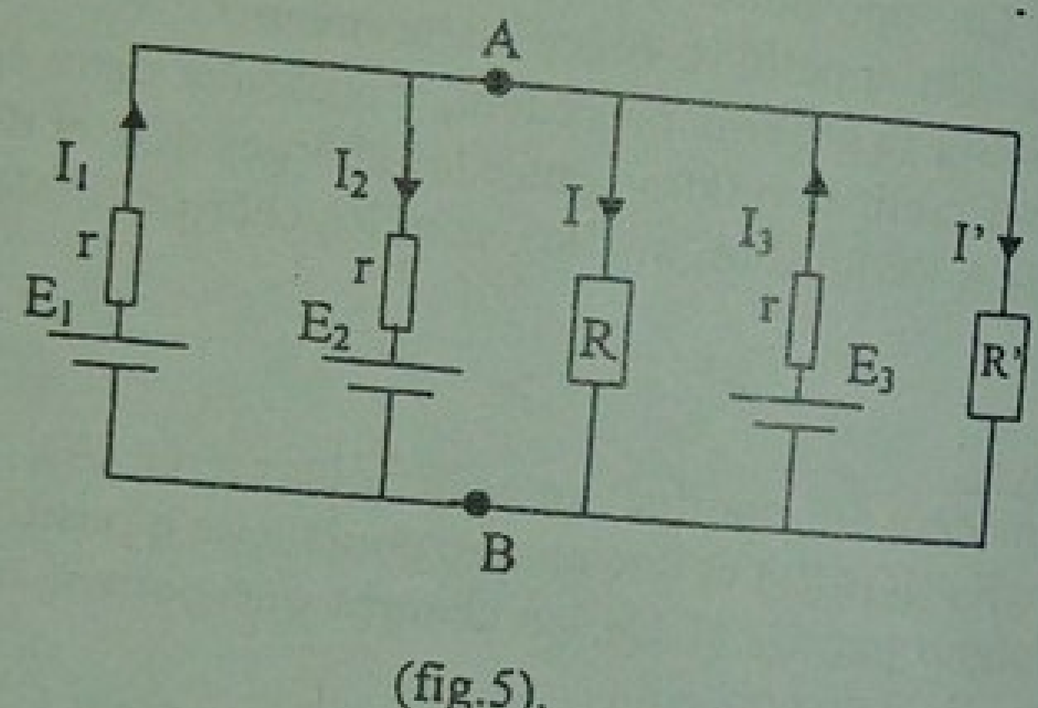

(fig.3).

**Exercice 2**

Soit le circuit de la figure 4.
1-Dans chaque branche, exprimer le courant qui la traverse en fonction de la ddp U= $V_A$-$V_B$ et des éléments constituant cette branche.
2- Quel est le nombre de nœuds dans ce circuit ?
3- En écrivant la loi des nœuds, trouver l'expression de U?
4-On donne : $E_1 = 10V$ ; $E_2 = 5V$ ; $E_3 = 3V$ ; $r = 2\Omega$ et $R = 10\Omega$ :
Calculer : U, $I_1$, $I_2$, $I_3$ et I.
5- Quel est le fonctionnement de : ($E_1$,r), ($E_2$,r), et ($E_3$,r) ?
6- Aux bornes A et B de ce circuit, on rajoute une autre branche comportant une résistance R'=10Ω (fig.5). Par application du théorème de Thevenin, et en tenant compte du résultat obtenu en 3- , trouver le courant I' circulant dans R'



(fig.4).



(fig.5).

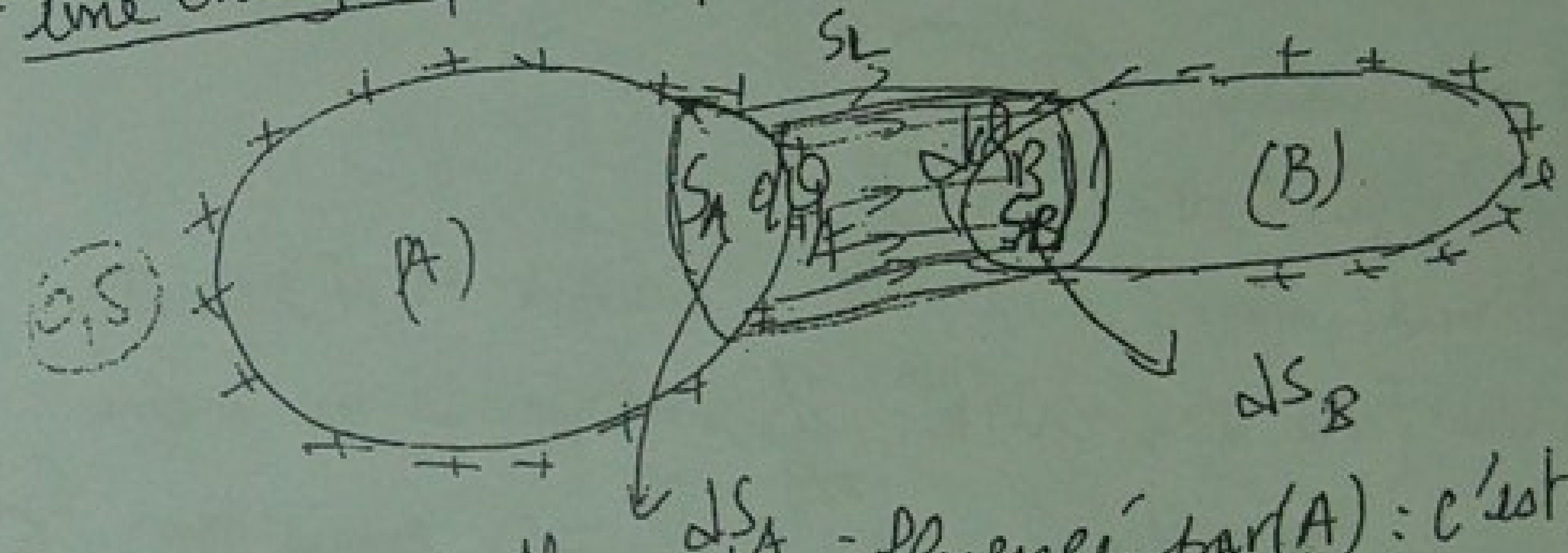
Corrigé du Contrôle 2 Elect-I SMPC $S_2$ Juin 2014

Questions de cours : (6)

1- En électricité, un conducteur est un milieu matériel dans lequel certaines charges électriques, dites charges libres, sont susceptibles de se déplacer sous l'action d'un champ électrique. (1)

2- Conducteur (A) de charge $Q>0$, conducteur (B) neutre, (A) et (B) isolés

(a) - On approche (A) de (B), (A) crée dans (B) un champ $\vec{E}_A$, les électrons libres de (B) vont se déplacer dans le sens inverse de $\vec{E}_A$, il apparaît à l'équilibre sur la surface de (B) faisant face à (A) une charge négative et une charge positive par défaut d'électrons sur la partie opposée. (0,5)




(0,5) (B) est partiellement influencé par (A) : c'est l'influence partielle.

(b) $dS_A$ et $dS_B$ deux éléments correspondants sont les 2 éléments de surfaces $dS_A$ sur (A) et $dS_B$ sur (B) en regard découpées par le tube de champ. cf schéma (1)

(c) On applique le th de Gauss à la surface fermée Σ formée par $S_A$ et $S_B$ (2 surfaces quelconques dans (A) et (B)) et la surface du tube de champ $S_L$ : le champ est nul dans chaque conducteur et perpendiculaire à la surface du tube de champ. (1,5)

$$\Rightarrow \oint_\Sigma \vec{E}\,\vec{dS} = 0 = \sum_i \frac{Q_i}{\varepsilon_0} = \frac{dQ_A + dQ_B}{\varepsilon_0} \Rightarrow dQ_A = -dQ_B.$$

(d) Les 2 conducteurs sont isolés, ils conservent alors leurs charges initiales $\Rightarrow$ $Q_A = Q$ (0,5) et $Q_B = 0$ (0,5)

N.B: acceptez toute autre réponse que vous jugez juste. Merci

1/4

(2)

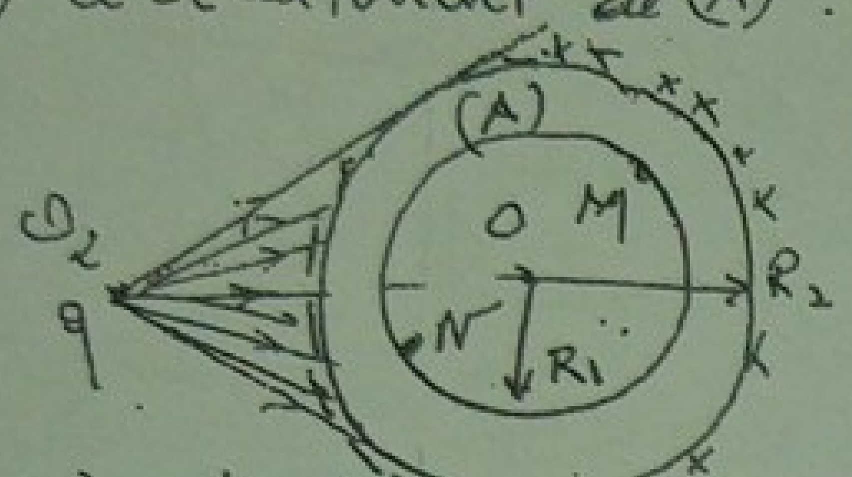
## Exercice I (8)

(A) conducteur creux neutre $Q_A = 0$ et $q > 0$.

1°) $q$ est en $O_2$ à l'extérieur de (A).

a)-

(0,5)




Le conducteur (A) est partiellement influencé par $q$ ⟹ à l'équilibre des charges négatives sur la surface externe de (A) en regard avec $q$ et des charges positives sur la partie opposée. Pas de charges sur la surface interne de (A).

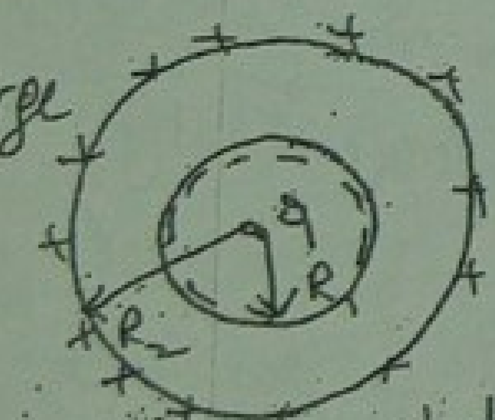
b)- $Q_1 = 0$ (A) est neutre (0,5) ?

$Q_2 = 0$ (A) en équilibre (0,5) ?

c)- Le champ est nul dans la cavité : Soient M, N 2 points quelconques de la surface de la cavité, ils sont portés au même potentiel électrique ⟹ $V_M - V_N = -\int_N^M \vec{E}\,\vec{dl} = 0$ pour tous les parcours entre M et N, il en résulte que $\vec{E} = \vec{0}$ dans la cavité. (0,25)
on accepte : conducteur creux en équilibre avec cavité vide, le champ est nul dans la cavité.

2°) $q$ est placée au centre O de (A)

a)- distribution de charge (0,5)




b). $Q_1 = -q$ par influence totale (0,5)

$Q_2 = -Q_1 = q$ (A) est neutre (0,5)

c) champ dans la cavité et à l'extérieur de (A). Problème à symétrie sphérique ⟹ le champ en tout point de l'espace est radial et dépend uniquement de $r$ = distance du centre O.

0,5 ⟹ $\vec{E}(M) = E(r)\,\vec{e_r}$ par application du Théorème de Gauss à 1 sphère $(O, r)$ : $\oiint_S \vec{E}\,\vec{ds} = 4\pi r^2 E(M) = \sum_i Q_i / \varepsilon_0$



Le champ dans la cavité $r < R_1$ : $\sum_i Q_i = q$

(0,25) ⟹ $\vec{E}(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\vec{e_r}$ $r < R_1$

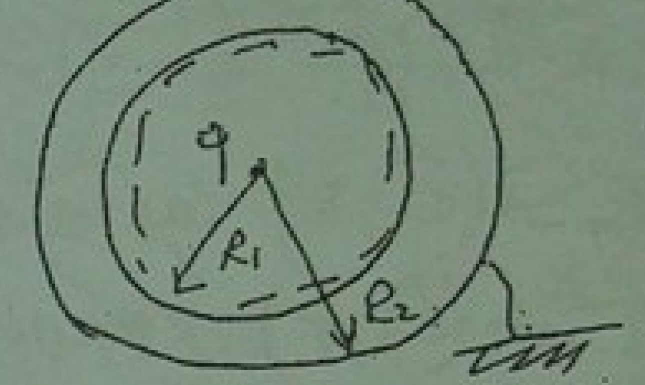
à l'extérieur de A $r > R_2$ : $\sum_i Q_i = q - q + q = q$

(0,5) ⟹ $\vec{E}(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\vec{e_r}$ $r > R_2$

d) Potentiel du conducteur (A) $V(A) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$ (0,5)

3°) (A) au sol ⟹ $V(A) = 0$ ⟹ $Q_2 = 0$

a)- (0,5)




b) $Q_1 = -q$ par influence totale (0,5)

(0,5) (0,5) $Q_2 = 0$ car $V(A) = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = 0$

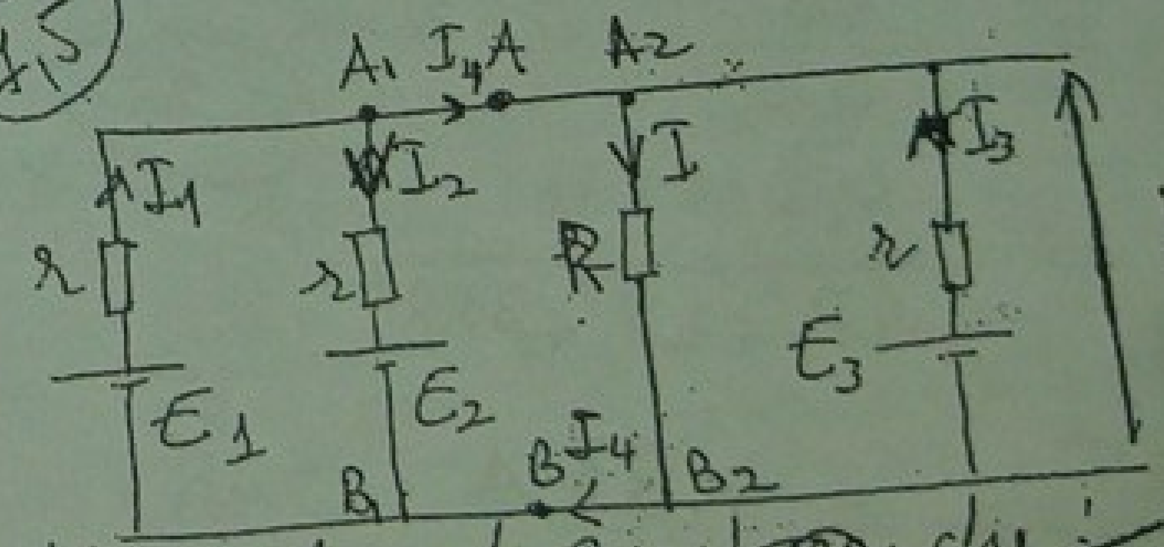
c)- Champ dans la cavité $r < R_1$ : $\vec{E}(r<R_1) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\vec{e_r}$ (0,5)

- Champ à l'extérieur de A $r > R_2$ : $\sum_i Q_i = q - q = 0$

⟹ $\vec{E}(r > R_2) = \vec{0}$. (0,5)

d) (A) au sol ⟹ $V(A) = 0$ (0,5)

## Exercice 2 (4,5)




1°) Loi d'ohm dans chaque branche : (0,25)

$U = E_1 - rI_1 = E_2 + rI_2 = RI = E_3 - rI_3$ (0,25) (0,25)

⟹ $I_1 = \frac{E_1 - U}{r}$ (0,25), $I_2 = \frac{E_2 - U}{r}$ (0,25), $I = \frac{U}{R}$ (0,25) et $I_3 = \frac{E_3 - U}{r}$ (0,25)



1) nombre de noeuds = 2 (A et B) (0,5)

2) La loi des noeuds en A ou B $\sum_i \pm I_i = 0$

(0,5)

$\Longrightarrow \quad I = I_1 + I_2 + I_3 \Leftrightarrow \frac{U}{R} = \sum_{i=1}^{3}\left(\frac{E_i - U}{r}\right)$

3) $U\left(\frac{1}{R}+\frac{3}{r}\right) = \frac{E_1+E_2+E_3}{r} \Rightarrow U = \frac{R}{r+3R}(E_1+E_2+E_3)$ (0,5)

4) A.N: $U = \frac{10\times 18}{32} = 5,625\,V$ (0,25)

$I_1 = \frac{E_1-U}{r} = \frac{10-5,625}{2} = 2,1875\,A$ (0,25), $I = \frac{5,625}{10} = 0,5625\,A$ (0,25) (0,25)

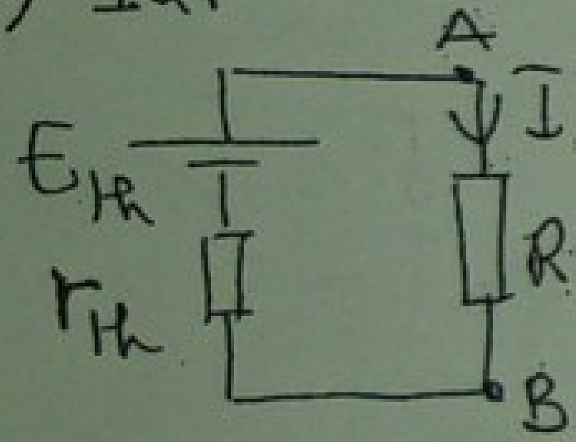
$I_2 = \frac{5-5,625}{2} = -0,3125\,A$, $I_3 = \frac{3-5,625}{2} = -1,3125\,A$

5) $I_1>0$ entre par la borne ⊖ de $E_1 \Rightarrow (E_1, r)$ générateur (0,5)

$I_2<0$ " " " de $E_2 \Rightarrow (E_2, r)$ récepteur (0,5)

$I_3<0$ " " " de $E_3 \Rightarrow (E_3, r)$ récepteur (0,5)

6) Par th de Thevenin le circuit est équivalent :




(0,25) $I' = \frac{E_{th}}{r_{th}+R'}$ (0,25) $= U = 5,625\,V$

où $E_{th} = (V_A - V_B)$ à vide

et $r_{th}$ = résistance vue entre A et B quand les $E_i$ sont court-circuités $\Rightarrow \frac{1}{r_{th}} = \frac{1}{r}+\frac{1}{r}+\frac{1}{R}+\frac{1}{r} = \frac{3}{r}+\frac{1}{R}$

(0,25) $r_{th} = \frac{r.R}{r+3R} = \frac{20}{32} = 0,625\,\Omega$ (0,25)

$I' = \frac{U}{\frac{rR}{r+3R}+R'} = \frac{(r+3R)\,U}{rR+rR'+3RR'}$

$I' = \frac{5,625}{0,625+10} = 0,53\,A$

(0,5)




1) nombre de noeuds = 2 (A et B) (0,5)

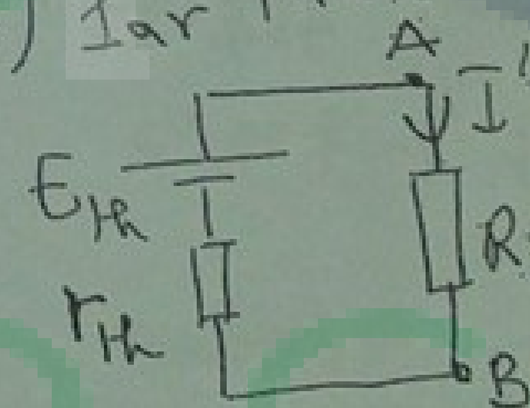
2) La loi des noeuds en A ou B $\sum_i \pm I_i = 0$

3) $U\left(\frac{1}{R}+\frac{3}{r}\right) = \frac{E_1+E_2+E_3}{r} \Rightarrow U = \frac{R}{r+3R}(E_1+E_2+E_3)$ (0,5)

4) A.N: $U = \frac{10\times 18}{32} = 5,625\,V$ (0,25)

5) $I_1>0$ entre par la borne ⊖ de $E_1 \Rightarrow (E_1, r)$ générateur (0,5)

6) Par th de Thevenin le circuit est équivalent :



$I' = \frac{5,625}{0,625+10} = 0,53\,A$


(0,5) 10

Champ dans la cavité $r<R_1$ $\quad \sum q_i = q$

(0,25) $\Rightarrow \vec{E}(M) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r \quad r<R_1$

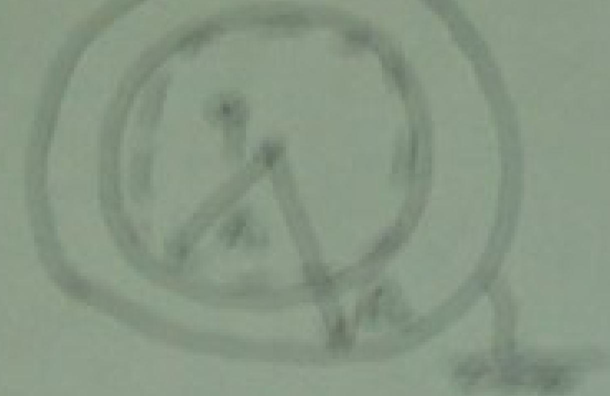
à l'extérieur $r>R_2$

(0,5) $\Rightarrow \vec{E}(M) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r \quad \sum q_i = q - q + q = q \quad r>R_2$

d) Potentiel du conducteur (A) $\quad V(A) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$ (0,5)

3°) (A) au sol $\Rightarrow V(A) = 0 \Rightarrow Q_2 = 0$

a) -



(0,5)

b) $Q_1 = -q$ par influence totale

(0,5) $Q_2 = 0$ car $V(A) = \dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = 0$

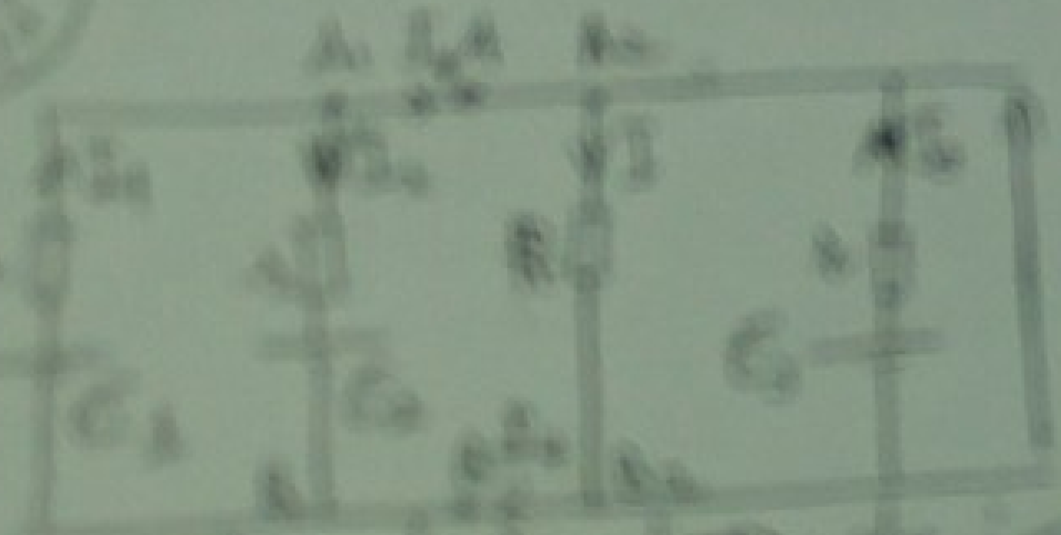
c) - Champ dans la cavité $r<R_1$ $\quad \vec{E}(r<R_1) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r$ (0,5)

- Champ à l'extérieur $r>R_2$ $\quad \sum q_i = q - q = 0$

$\Rightarrow \vec{E}(r>R_2) = \vec{0}$ (0,5)

d) (A) au sol $\Rightarrow V(A) = 0$ (0,5)

Exercice II (0,5)



1°) Loi d'Ohm ... $U = E_1 - R I_1 = E_2 - R I_2 = R I = E_3 - R I_3$

$U = E_1 - R I_1$ ...

$\Rightarrow I_1 = \dfrac{E_1 - U}{R}$, $I_2 = \dfrac{E_2 - U}{R}$, $I = \dfrac{U}{R}$ et $I_3 = \dfrac{E_3 - U}{R}$

(0,25) (0,25) (0,25) (0,25)

Exercice I

Figure 1

Figure 2

Exercice 2

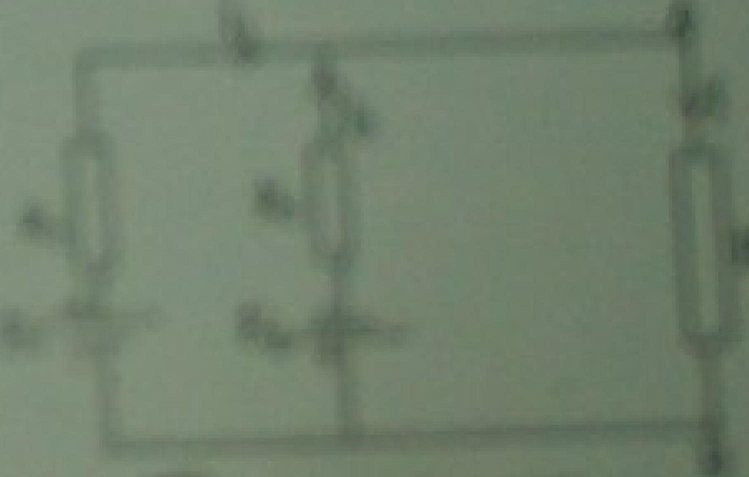


Figure 3

## Exercice 3

On considère le circuit électrique de la figure 4.

1-a) Dans le circuit de la figure 4, combien y a-t-il de dipôles ? de branches ? de nœuds ?
1-b) ACDBA constitue-t-il une maille ? Justifier
2) Calculer les intensités des courants $I_1$ et $I_2$ (On pourra utiliser la loi d'Ohm).
3) Calculer les intensités des courants $I$ et $I_3$.
4) Calculer la puissance totale P dissipée par effet joule dans le circuit et la puissance $P_f$ fournie par le générateur (figure 4). Conclure
5) On désire retrouver l'intensité du courant I dans la résistance de 30 Ω par application du théorème de Thévenin
a- Enoncer le théorème de Thévenin
b- Calculer la force électromotrice $E_{Th}$ et la résistance interne $R_{Th}$ du générateur de Thévenin équivalent au circuit actif linéaire pris entre A et B (figure 4).
c- Donner le schéma du circuit constitué par le générateur de Thévenin ($E_{Th}$,$R_{Th}$) et la résistance de 30 Ω. Calculer l'intensité du courant I.

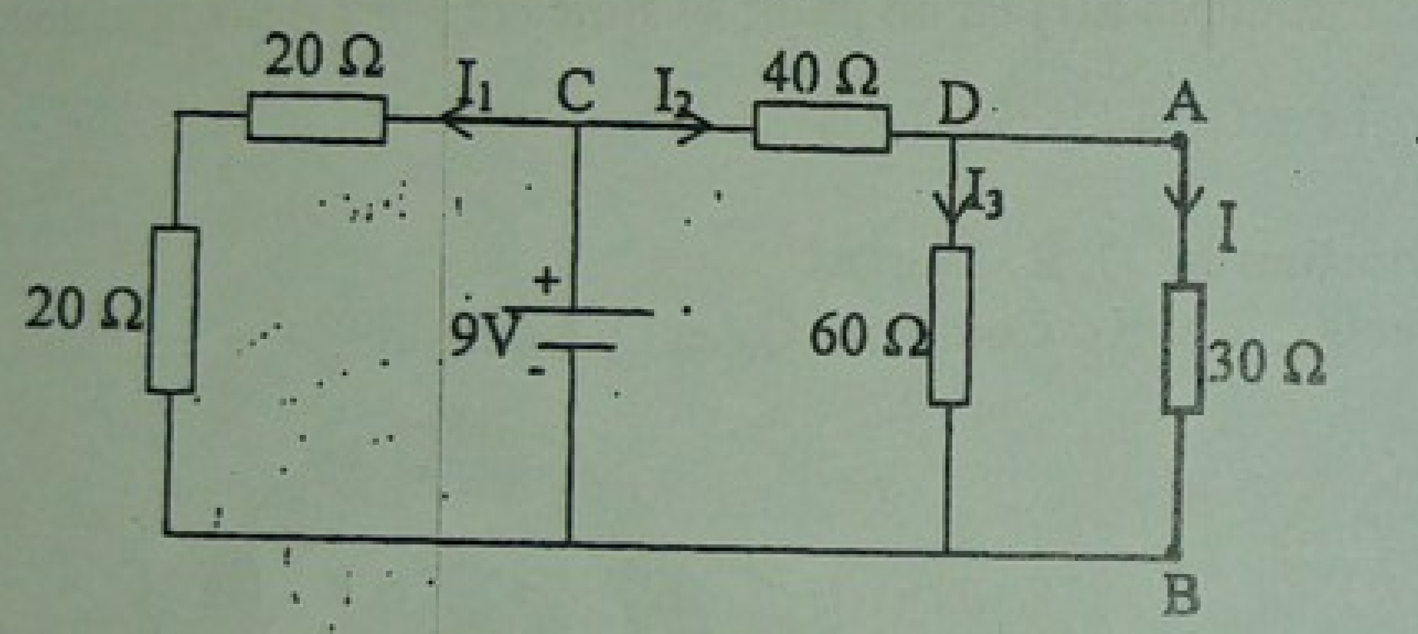



Figure 4

**Barème approximatif**. Exercice 1 : 7 points

Exercice 2 : 5 points

Exercice 3 : 8 points



17 juin 2014

Corrigé du contrôle 2
Electricité 1 - SMA | S2

Ex1 : 1) $V = \frac{\varphi_A}{4\pi\varepsilon_0 R}$

- $V(0) = V = \int_{dist} \frac{dq(P)}{4\pi\varepsilon_0 PO} = \frac{\int_{dist} dq(P)}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{\varphi_A}{4\pi\varepsilon_0 R}$
- $\varphi_A = C_A V = C_A \frac{\varphi_A}{4\pi\varepsilon_0 R} \Rightarrow \boxed{C_A = 4\pi\varepsilon_0 R}$

2) a) Symétrie sphérique $\Rightarrow \vec{E}$ est radial.

$$\left.\begin{aligned}\iint_S \vec{E}\cdot\vec{dS} &= 4\pi r^2 E(r)\\ &= \frac{\varphi}{\varepsilon_0}\end{aligned}\right\} \Rightarrow E(r) = \frac{\varphi}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (R<r<R_1)$$

b) $\vec{E} = -\vec{grad}\, V \longrightarrow E(r) = -\frac{dV}{dr} \longrightarrow dV = -E(r)\,dr$

$$\int_{V_A}^{V_B} dV = -\int_R^{R_1} \frac{\varphi}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot dr \Rightarrow \boxed{V_A - V_B = \frac{\varphi}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{R_1 - R}{R_1 R}}$$

c) $\left.\begin{aligned} \bullet\ V_A - V_B = V &= \frac{\varphi_A}{4\pi\varepsilon_0 R}\\ &= \frac{\varphi}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{R_1 - R}{R_1 R}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\varphi = \varphi_A \times \frac{R_1}{R_1 - R}}$

- $\varphi = \varphi_A \times \frac{1}{1 - \frac{R}{R_1}} > \varphi_A$
- Conclusion : avec une tension appliquée, la charge de condensateur > à celle du conducteur seul.

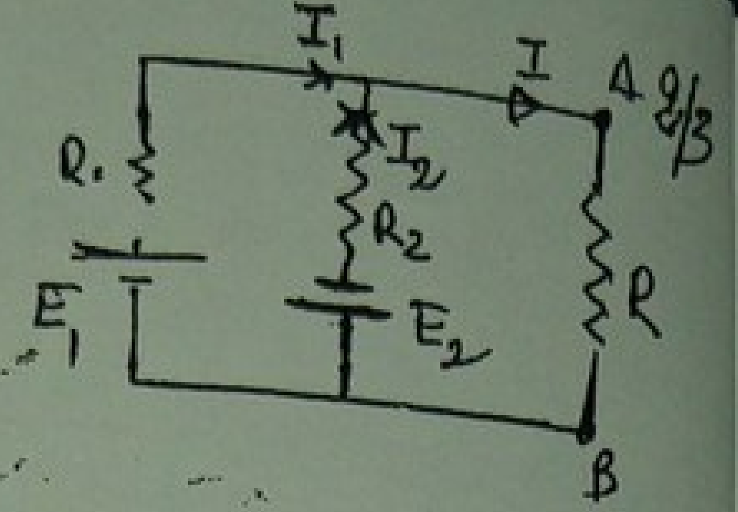
12

12

**EX2** : 1) $V_A - V_B = E_1 - R_1 I_1$

$= -[E_2 + R_2 I_2]$

$= RI$




2/3

• Loi des noeuds au pt A : $I_1 + I_2 - I = 0$

$$\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} - (V_A - V_B)\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R}\right] = 0$$

d'où $(V_A - V_B) = \dfrac{E_1/R_1 - E_2/R_2}{1/R_1 + 1/R_2 + \frac{1}{R}}$

2) AN :

a) $V_A - V_B = 2{,}5\,V$

b) $\boxed{I = \frac{V_A - V_B}{R} = 25\,mA}$ ; $\boxed{I_1 = \frac{E_1 - (V_A - V_B)}{R_1} = 175\,mA}$

$\boxed{I_2 = -\frac{(E_2 + (V_A - V_B))}{R_2} = -150\,mA}$

c) $I_1$ et $I$ : leur sens réel est celui indiqué sur la fig.

$I_2$ : sens réel opposé à celui indiqué sur la figure

**EX3** :

I-a) 6 dipôles ; 5 branches ; 3 noeuds ;

1-b) ACDBA ne constitue pas 1 maille : on passe 2 fois par le même noeud A

2. $\boxed{\frac{9}{40} = 0{,}225\,A}$ ; $\boxed{I_2 = \frac{9}{40 + \frac{30 \times 60}{30+60}} = 0{,}15\,A}$

3- $V_A - V_B = 30I = 60I_3$ et $I_2 = I + I_3$ => $\boxed{I = 0{,}1\,A}$ et $\boxed{I_3 = 0{,}05\,A}$

4- $P = (20+20)I_1^2 + (40)I_2^2 + 60(I_3)^2 + 30I^2 \simeq 3{,}4$ Watts

$P_f = 9 \times [I_1 + I_2] = 9 \times [0{,}225 + 0{,}15] \simeq 3{,}4\,W$

=> $\boxed{P = P_f}$

5- Enoncé du théorème de Thévenin :

« Un circuit actif linéaire pris entre deux points A et B peut être remplacé par un générateur de tension de f.e.m $E_{Th}$ et de résistance interne $R_{Th}$ »

$E_{Th} = (V_A - V_B)$ à vide

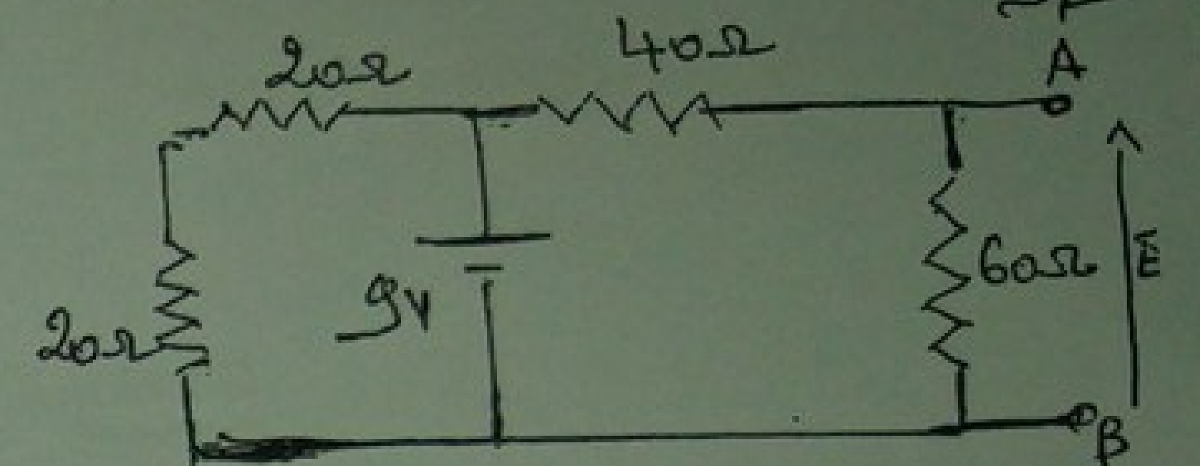
$R_{Th}$ = résistance équivalente vue entre A et B (toutes les sources de tension ou/et de courant sont remplacées par leur résistance interne)

3/3

• $E_{Th} = (V_A - V_B)$ à vide

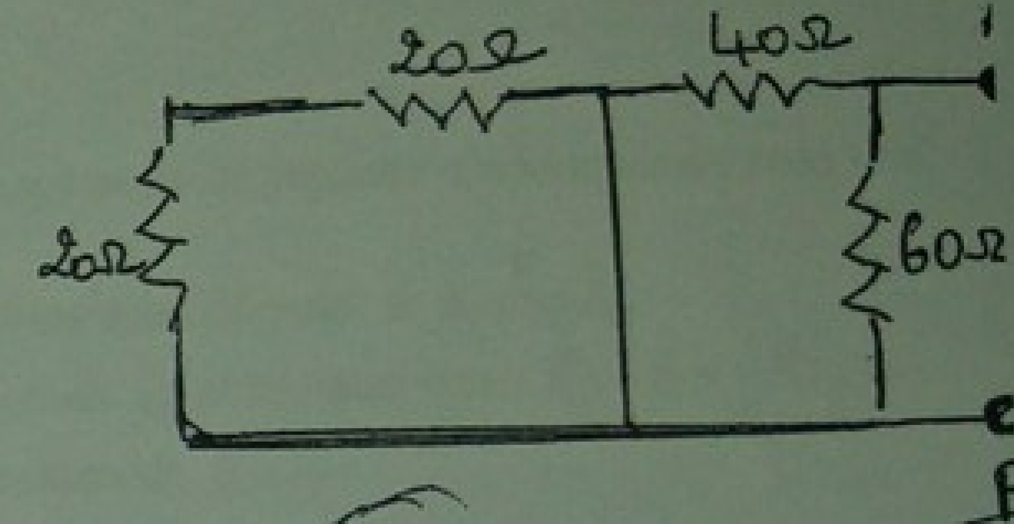
$= \frac{60}{60+40} \times 9$

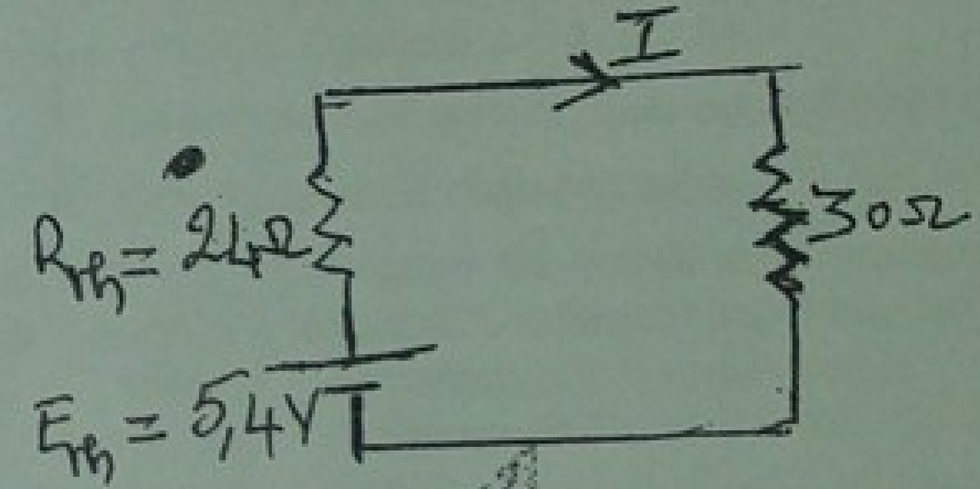
$\boxed{E_{Th} = 5{,}4\,V}$




• $R_{Th} = 60\Omega // 40\Omega = \frac{60 \times 40}{60+40}$

$\boxed{R_{Th} = 24\,\Omega}$




$I = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + 30} = \frac{5{,}4}{24+30}$

$\boxed{I = 0{,}1\,A}$

13

13

Année Universitaire 2013/14

Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique
Marrakech

**Epreuve d'Electricité1**
**Filière : SMPC Semestre 2**
**Contrôle de rattrapage (Durée : 1h30')**

## Exercice 1

Soit un plan infini (confondu avec le plan xoy) portant une charge positive répartie uniformément avec une densité surfacique σ.

1. Par des considérations d'invariance, déterminer les variables dont dépend le champ $\vec{E}_1$.
2. Par des considérations de symétrie, déterminer la direction de $\vec{E}_1$ et montrer que : $\vec{E}_1(-z) = -\vec{E}_1(z)$.
3. Préciser la surface de Gauss convenable pour la détermination de $\vec{E}_1$.
4. Déterminer alors le champ $\vec{E}_1$ en tout point de l'espace.

Un deuxième plan infini chargé négativement avec la densité surfacique -σ est placé parallèlement au premier plan à l'ordonnée z = d (d > 0).

5. Sans refaire les calculs, quel est le champ $\vec{E}_2$ créé par le $2^{ème}$ plan en tout point de l'espace ?
6. Quel est alors le champ résultant $\vec{E}$ produit par les deux plans en tout point de l'espace ?

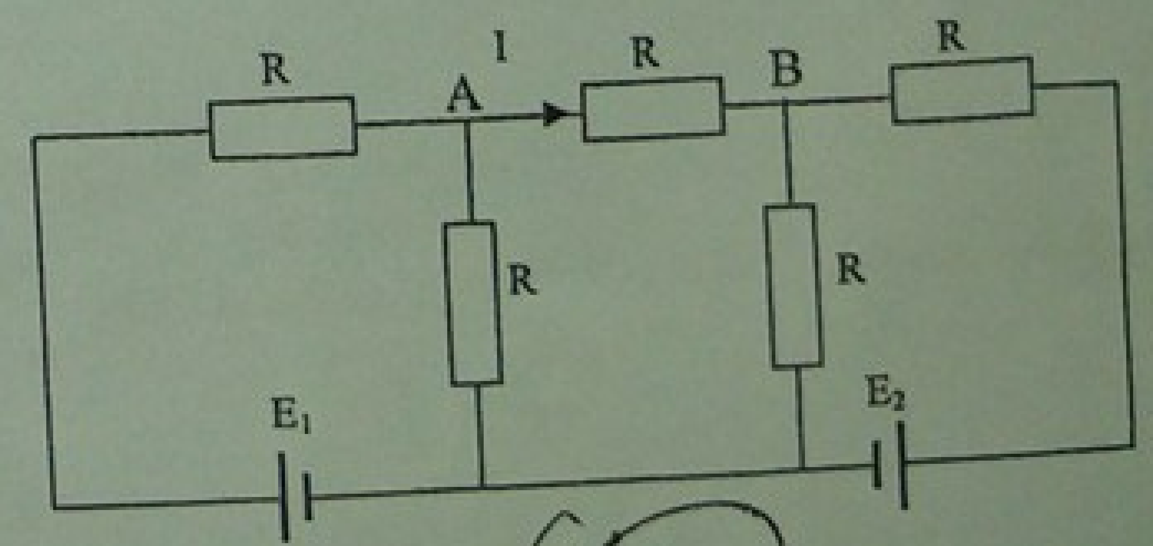
On considère maintenant un condensateur constitué de deux armatures planes (A) et (B) de surface S et écartées de la distance d. L'armature inférieure (A) porte la charge positive Q.

7. Donner la définition d'un condensateur.
8. Quelle est la charge de l'armature (B) ? justifier la réponse.
9. En négligeant les effets de bords (en supposant les armatures infinies), déterminer le champ $\vec{E}$ entre les armatures (A) et (B) du condensateur.
10. Montrer que la différence de potentiel entre les armatures (A) et (B) est : V(A) – V(B) = E.d
11. En déduire la capacité C de ce condensateur plan.
12. Trouver l'énergie W emmagasinée dans ce condensateur.
13. Rappeler l'expression de la densité d'énergie ω.
14. Retrouver W à partir de la densité d'énergie.

## Exercice 2

Considérons le circuit ci-dessous.

1) En appliquant le théorème de superposition, déterminer le courant I circulant dans la branche AB.
2) Retrouver ce courant en appliquant le théorème de Thevenin.




(14)

(14)

-- J - SMPC 1er Juin 2014

Exercice 1 :

M point de l'espace de coordonnées $x, y, z$ ou $\rho, \varphi, z$

1°_ Plan, de densité uniforme est infini suivant $OX$, $OY$ $\Rightarrow$ la charge est invariante par translation le long de $OX$ et de $OY$

ou : la charge est invariante par translation le long d'une direction perpendiculaire à $\vec{e}_z$ et par rotation autour de $\vec{e}_z$.

$\Rightarrow$ le champ ne dépend ni de $x$ ni de $y$ (ni de $\rho$ ni de $\varphi$).

il dépend uniquement de $z$ $\Rightarrow$ $\vec{E}_1(M) = \vec{E}_1(z)$. (0,5)

2°_ Tout axe perpendiculaire au plan chargé est un axe de symétrie, en particulier celui qui passe par M $\Rightarrow$ $\vec{E}_1(M) = E_1(z)\,\vec{e}_z$. (0,5)

ou : Tout plan perpendiculaire au plan chargé est un plan de symétrie

$\Rightarrow \begin{cases} (M, \vec{e}_x, \vec{e}_z) \text{ plan de symétrie } \vec{E}_1(M) \in \text{ à ce plan} \\ (M, \vec{e}_y, \vec{e}_z) \text{ plan de symétrie } \vec{E}_1(M) \in \text{ à ce plan} \end{cases}$

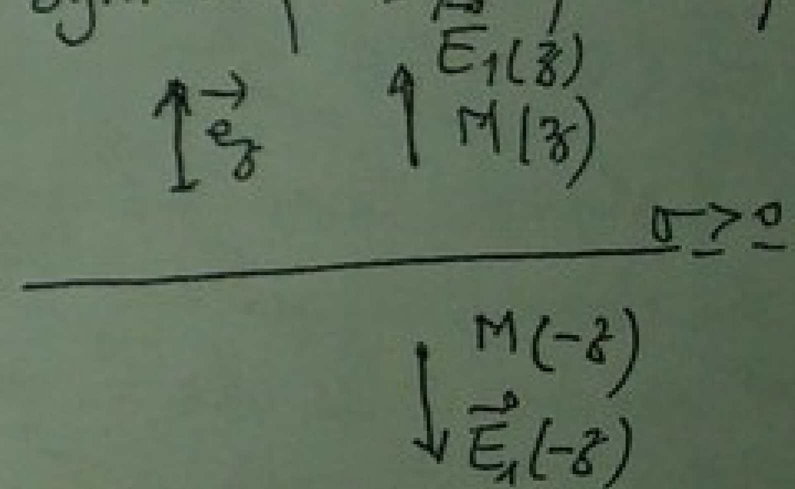
$\Rightarrow$ $\vec{E}_1(M) \in (M, \vec{e}_x, \vec{e}_z) \cap (M, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ $\Rightarrow$ $\vec{E}_1(M)$ est porté par $\vec{e}_z$.

$M(z)$ et $M(-z)$ sont symétriques par rapport au plan chargé

$\Rightarrow$ les champs $\vec{E}_1(z)$ et $\vec{E}_1(-z)$ sont aussi symétriques / au plan chargé (0,5)

$\Rightarrow$ $\vec{E}_1(-z) = -\vec{E}_1(z)$

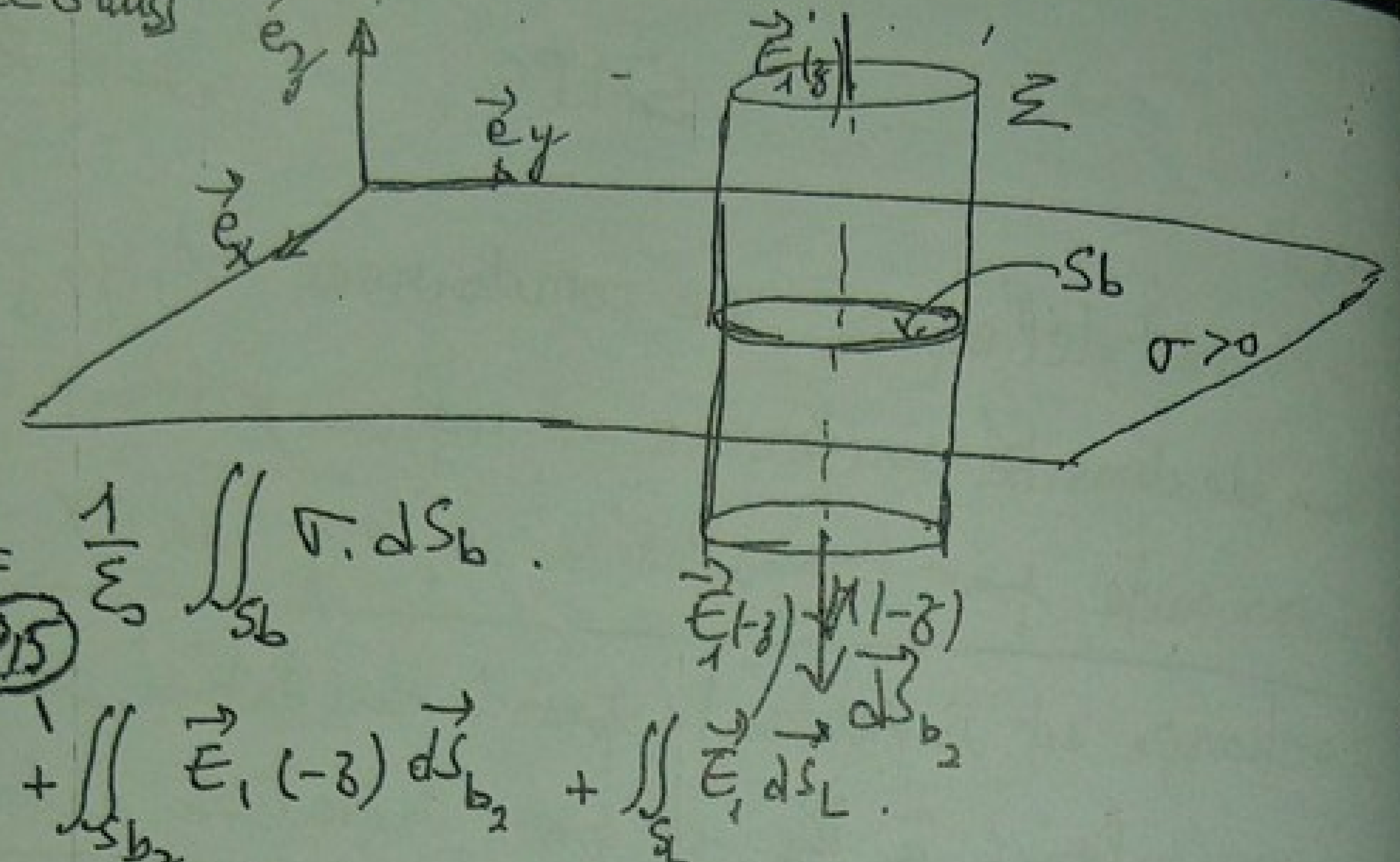
($\sigma > 0$ champ dirigé de la charge vers M)




3°_ Surface de Gauss = un cylindre d'axe perpendiculaire au plan chargé, de surfaces de base symétriques / au plan chargé (1)

(15)

4°) on applique le th de Gauss à $\Sigma$




$$\oiint_{\Sigma} \vec{E}\,\vec{dS} = \sum_i \frac{Q_i/_\Sigma}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\iint_{S_b} \sigma . dS_b .$$

0,5

$$= \iint_{S_{b_1}} \vec{E}_1(z)\,\vec{dS}_{b_1} + \iint_{S_{b_2}} \vec{E}_1(-z)\,\vec{dS}_{b_2} + \iint_{S_L} \vec{E}_1\,\vec{dS}_L .$$

1,5

$\vec{dS}_L = dS_L\,\vec{e}_\rho \Rightarrow \vec{E}_1\,\vec{dS}_L = 0$. $E_1 = cte$ en tt pt de $S_{b_1}$

$\left.\begin{array}{l}\vec{dS}_{b_1} = -\vec{dS}_{b_2} = dS_L\,\vec{e}_z \\ \vec{E}_1(z) = -\vec{E}_1(-z)\end{array}\right\} \Rightarrow \iint_{S_{b_2}} \vec{E}_1(-z)\,\vec{dS}_{b_2} = \iint_{S_{b_1}} \vec{E}(z)\,\vec{dS}_{b_1} = E_1 S_L$

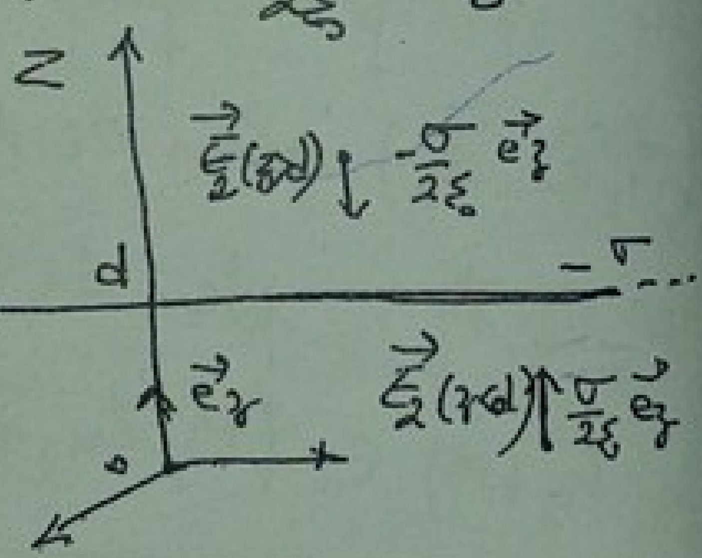
0,5

$\Rightarrow \oiint_\Sigma \vec{E}\,\vec{dS} = 2.E_1 S_b = \frac{\sigma . S_b}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_1(z) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = E_1(-z)$

d'où $\vec{E}_1(z>0) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_z$ et $\vec{E}_1(z<0) = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_z$.

5°) Plan chargé par $-\sigma$

$\vec{E}_2(M)$ est obtenu en remplaçant $\sigma$ par $-\sigma$ dans $\vec{E}_1(M)$ d'où : 0,5

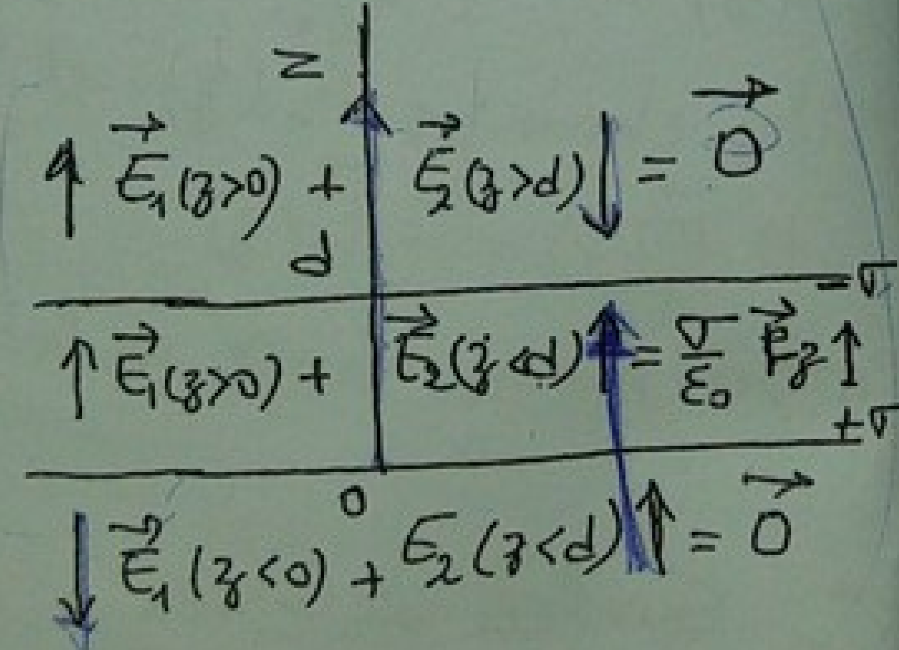



$\vec{E}_2(z>d) = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_z$ 0,5

$\vec{E}_2(z<d) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_z$.

6°) 2 plans chargés par $\sigma$ et $-\sigma$

Le champ résultant $\vec{E}$ est la somme vectorielle de $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$.




$\vec{E}(M) = \vec{E}_1(M) + \vec{E}_2(M)$

pour $z>d$. $\vec{E}(z>d) = \vec{E}_1(z>0) + \vec{E}_2(z>d)$

0,5 $= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_z + \left(-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_z\right) = \vec{0}$

pour $0<z<d$ $\vec{E}(0<z<d) = \vec{E}_1(z>0) + \vec{E}_2(z<d) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_z + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_z = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{e}_z$ ← 0,5

pour $z<0$ $\vec{E}(z<0) = \vec{E}_1(z<0) + \vec{E}_2(z<d) = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_z + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_z = \vec{0}$ ← 0,5

– Condensateur : 0,5 système constitué de 2 conducteurs en influence totale

– La charge de l'armature B est $-Q$ ($Q$ charge de l'armature A). 0,5 par influence totale. 0,5

9°_ Champ entre les armatures (= 2 plans infinis de densité $\sigma$ et $-\sigma$)

de 6° on tire $\vec{E} = \vec{E}_1(z>0) + \vec{E}_2(z<d) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{e}_z = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}\vec{e}_z$. 1

10°_ A partir de $\vec{E}(M) \overset{0,5}{=} -\vec{grad}\,V(M) \Rightarrow E(z)\vec{e}_z = -\frac{dV(M)}{dz}\vec{e}_z$

$\Rightarrow -dV(M) = E(z)\,dz \Rightarrow -\int_A^B dV(M) = \int_0^d E\,dz \Rightarrow -(V(B)-V(A)) = E(d-$

$\Rightarrow \boxed{V(A) - V(B) = E.d.} = \Delta V.$ 0,5

11°)_ La capacité est donnée par $C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{Ed} = \frac{Q}{\frac{Q}{\varepsilon_0 S}d} \overset{0,5}{=} \frac{\varepsilon_0 S}{d}$

12°_ L'énergie électrostatique est donnée par $W = \frac{1}{2}Q\Delta V = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

$$\boxed{W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{\varepsilon_0 S}.d}$$ 0,5

13°_ La densité volumique d'énergie électrostatique est :

$w = \frac{dW}{d\tau} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0\frac{Q^2}{\varepsilon_0^2 S^2} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{\varepsilon_0 S^2}$. 0,5

14°) $dW = w\,d\tau = \underbrace{\left(\frac{1}{2}\frac{Q^2}{\varepsilon_0 S^2}\right)}_{=cte} d\tau \Rightarrow W = w.\tau$ où

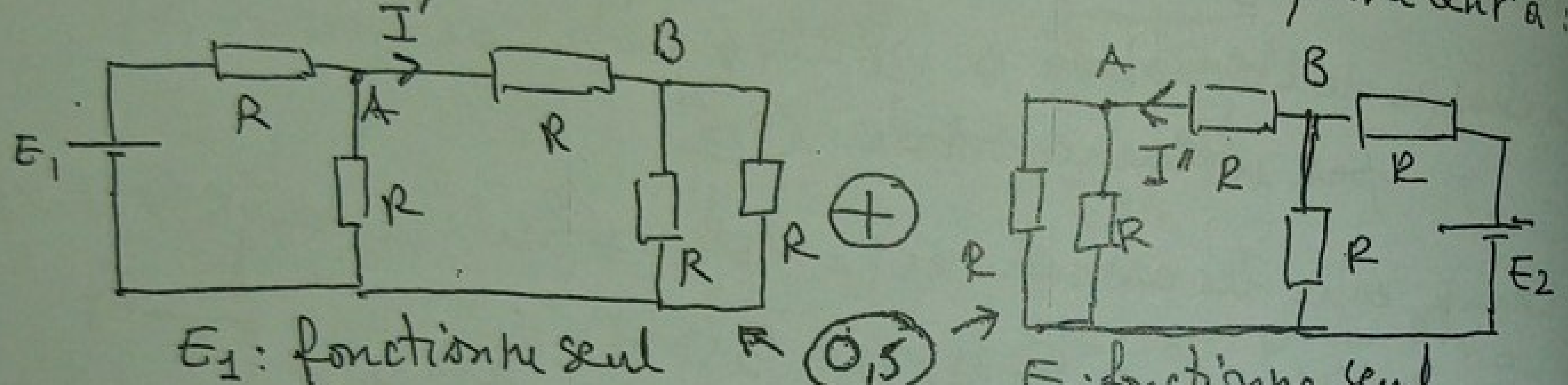
$\tau = S d$ = volume entre les armatures = espace où $E \neq 0$

$$\boxed{W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{\varepsilon_0 S}d.}$$ 0,5 $W = \iiint_{\text{espace où } E\neq 0} dW$.

16 16

## Exercice 2

1°) Théorème de superposition : le courant $I$ dans la branche AB produit par le circuit est la somme algébrique des courants $I'$, $I''$ obtenus en prenant chaque générateur individuellement (en annulant l'autre) d'où : le circuit est équivalent à :

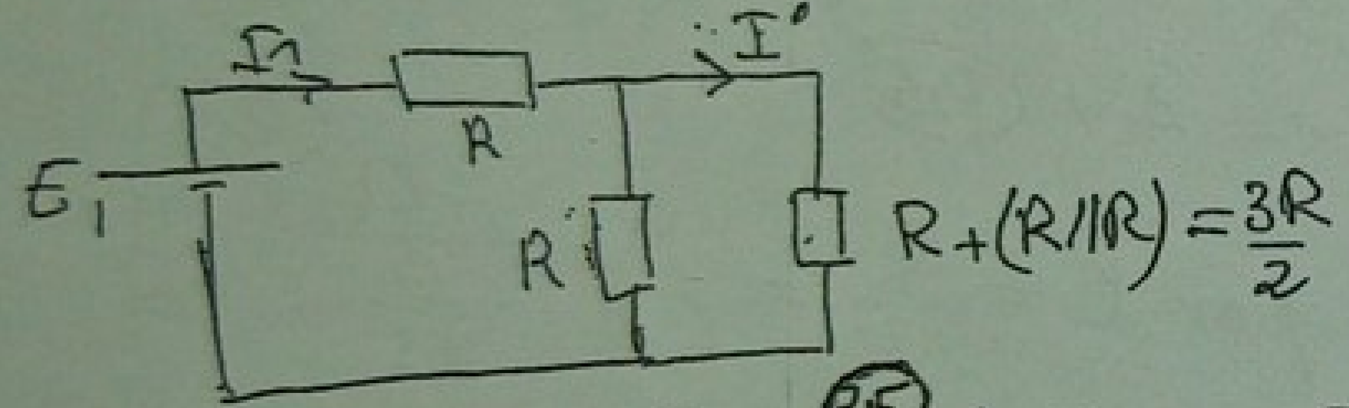



$E_1$ : fonctionne seul (a) ($E_2 = 0$) (0,5)

$E_2$ : fonctionne seul (b) ($E_1 = 0$)

par superposition $\boxed{I = I' - I''}$ (0,5)

**Calcul de $I'$ :** circuit (a) devient :




diviseur de courant

$$I' = \frac{R I_1}{R + \frac{3R}{2}} = \frac{2}{5} I_1 \quad \text{et} \quad I_1 = \frac{E_1}{R + (R // \frac{3R}{2})} = \frac{5}{8}\frac{E_1}{R}$$ (0,5) (0,5)

d'où $I' = \frac{2}{5}\,\frac{5}{8}\,\frac{E_1}{R} = \boxed{\frac{E_1}{4R}} = I'$ (0,5)

**Calcul de $I''$** (circuit b) $I''$ se déduit de $I'$ en changeant $E_1$ par $E_2$ (0,5) (les 2 circuits sont symétriques).

$\Rightarrow \boxed{I'' = \frac{E_2}{4R}}$ (1)

et $\boxed{I = \frac{E_1 - E_2}{4R}}$. (0,5)

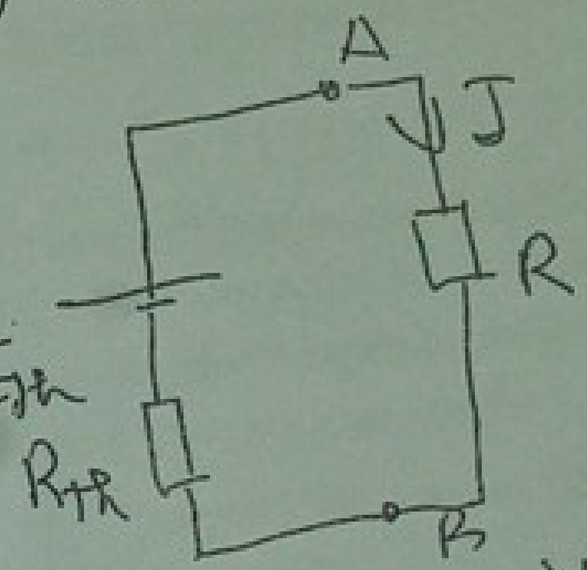
ou bien : calcul de $I'$ :

$-E_1 + \ldots$ ⇒ $\left\{ I_1 = \frac{5}{2} I' \right.$ ⇒ $\left\{ 5RI_1 - \ldots = E_1 \right.$

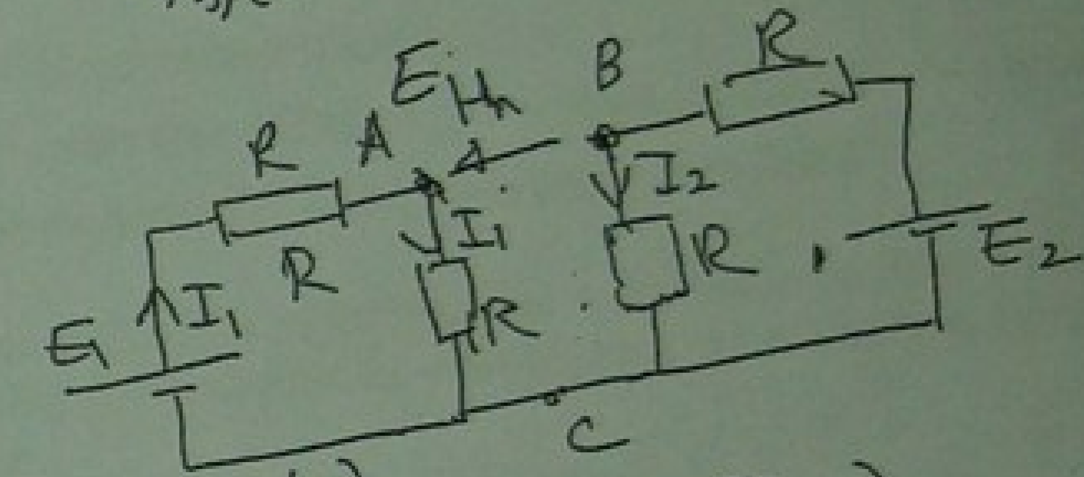
$R(I_1 - I') = \frac{3}{2} R I'$

$\Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{E_1}{4R}}$.

2°) Par théorème de Thevenin le circuit est équivalent à




$I = \frac{E_{th}}{R_{th} + R}$. (0,5)



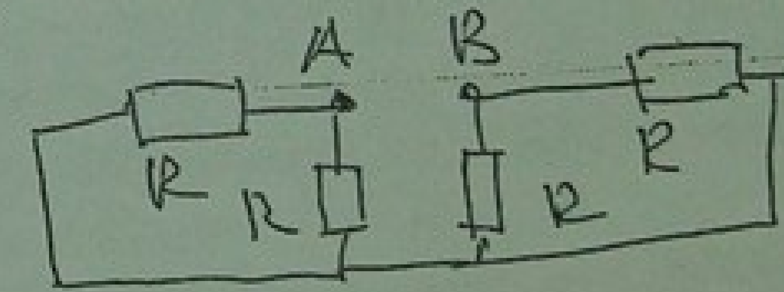

où $E_{th} = (V_A - V_B)$ à vide

$E_{th} = (V_A - V_B) = (V_A - V_C) + (V_C - V_B) = R(I_1 - I_2)$ (0,5)

$= R I_1 - R I_2 \Rightarrow \boxed{E_{th} = \frac{E_1 - E_2}{2}}$ (0,5)

avec $I_1 = \frac{E_1}{2R}$ et $I_2 = \frac{E_2}{2R}$ (0,5)

et $R_{th}$ = résistance équivalente vue entre A et B




$R_{th} = (R//R) + (R//R) = 2(R//R)$ (0,5)

$\boxed{R_{th} = R}$. (0,5)

$$I = \frac{\frac{E_1 - E_2}{2}}{R + R} = \boxed{\frac{E_1 - E_2}{4R} = I}$$ (0,5)

17

(17)

5/5

Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique
Marrakech

Année universitaire 2012/2013
Filière SMA/S2

Contrôle 1 – Electricité 1
Durée : 1h 30 min

**Questions de cours**

I- On considère une charge ponctuelle **q**, immobile, placée en un point A de l'espace. Soit M un point de l'espace différent de A. On pose $\overrightarrow{AM} = \vec{r}$ et $AM = r$

1) Donner l'expression du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ créé par cette charge q au point M. Son module E(M) est-il en $\frac{1}{r}$, en $\frac{1}{r^2}$ ou en $\frac{1}{r^3}$ ? Tracer quelques lignes de champ pour **q** positive et pour **q** négative.

2) Donner l'expression du potentiel électrostatique V(M) créé par cette charge q au point M.

3) On place au point M une charge ponctuelle $q_0$.

3-a- Donner l'expression de la force électrostatique $\vec{F}$ qu'exerce **q** sur $q_0$.

3-b- L'énergie potentielle $E_P$ dont dérive la force $\vec{F}$ peut être définie à partir de la relation $\vec{F} = -\overrightarrow{grad}E_p$

Donner l'expression de $E_P$ en fonction de $q_0$ et du potentiel V(M) créé par q au point M.

**II-** La figure1-a représente un carré ABCD de centre O dont les côtés portent une densité de charge linéique uniforme positive λ. La figure 1-b représente le carré précédent ABCD, chargé, auquel on a enlevé le côté AB. Chaque figure représente une distribution de charges.

1) Citer pour chaque distribution les plans de symétrie s'ils existent
2) Citer pour chaque distribution les plans d'antisymétrie s'ils existent
3) 3- a- En déduire la valeur du champ $\vec{E}(O)$ créé au point O par la distribution de la figure 1-a
3- b- En déduire la direction du champ $\vec{E}(O)$ créé au point O par la distribution de la figure 1-b

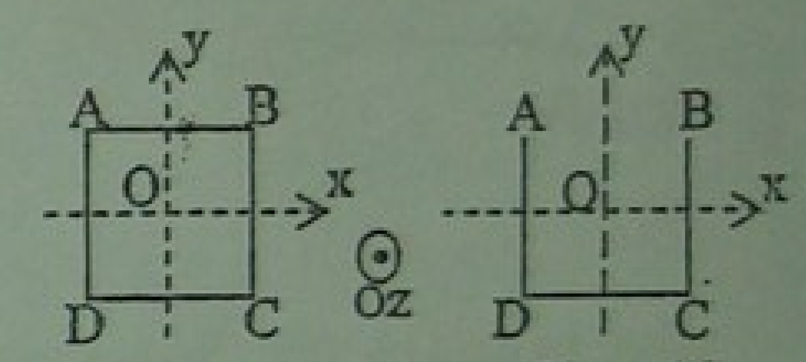


Figure 1-a Figure 1-b

**Exercice 1**

Dans le plan xOy de base $(\vec{i}, \vec{j})$, deux charges ponctuelles $q_1$ et $q_2$ sont placées respectivement aux points A(0,a) et B(0,-a) et séparées d'une distance 2a (Figure 2). Soit M un point de l'axe Ox (OM=x).

1) Pour $q_1 = q_2 = q$ avec q positive
1-a-Déterminer l'expression du champ total $\vec{E}(M)$ créé par les deux charges au point M.
1-b-Déterminer l'expression du potentiel total V(M) créé par les deux charges au point M.
2) Pour $q_1 = q$ et $q_2 = -q$ avec q positive
2-a-Déterminer l'expression du champ total $\vec{E}(M)$ créé par les deux charges au point M.
2-b-Déterminer l'expression du potentiel total V(M) créé par les deux charges au point M.

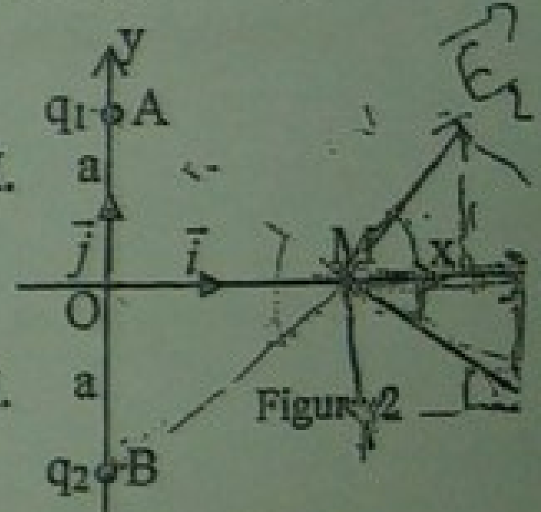


Figure 2

**Exercice 2**

On considère une couche infinie, d'épaisseur a, chargée avec une densité volumique de charge uniforme ρ positive (figure 3). On considère le repère (O, x, y, z) orthonormé auquel on associe la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ (figure3)
Un point M de l'espace est repéré par ses coordonnées cartésiennes (x, y, z).

1) Par des considérations de symétrie et d'invariance, montrer que le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ est de la forme : $\vec{E}(M) = E(z)\vec{k}$
2) Enoncer le théorème de Gauss
3) Sachant que $\vec{E}(-z) = -\vec{E}(z)$, déterminer par application du théorème de Gauss l'expression du champ $\vec{E}(M)$ en tout point M de l'espace (on distinguera les cas : $z > \frac{a}{2}$, $-\frac{a}{2} < z < \frac{a}{2}$ et $z < -\frac{a}{2}$ )

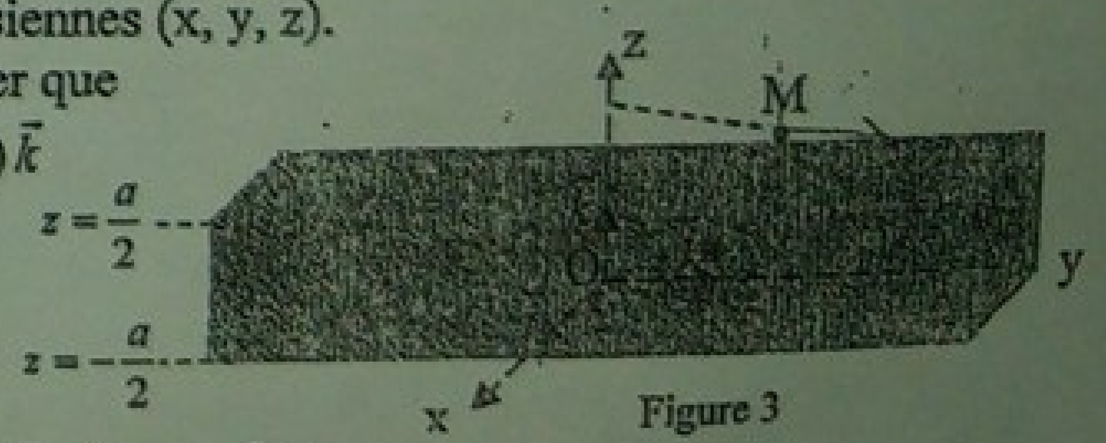


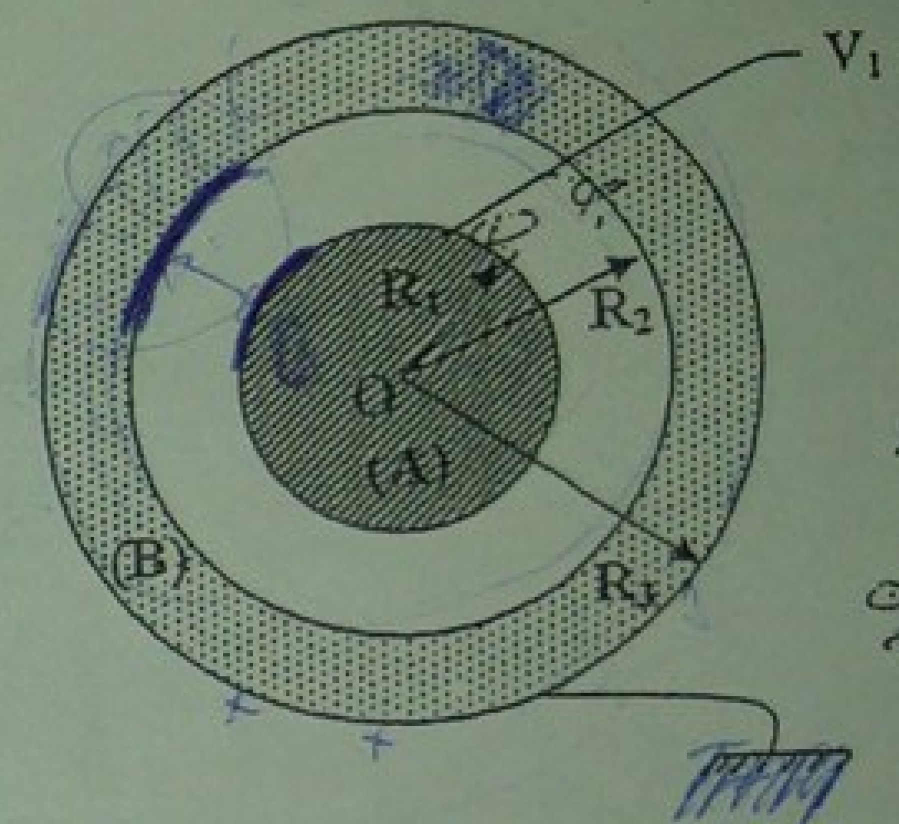
Figure 3

4) Déterminer l'expression du potentiel électrostatique V(M) en tout point M de l'espace (on distinguera les cas: $z > \frac{a}{2}$ , $-\frac{a}{2} < z < \frac{a}{2}$ et $z < -\frac{a}{2}$ ). On prendra V(z = 0) = 0 volt.

Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique
Marrakech

Epreuve d'Electricité
Filières : SMPC Semestre 2
$2^{ème}$ contrôle (Durée : 1h30')

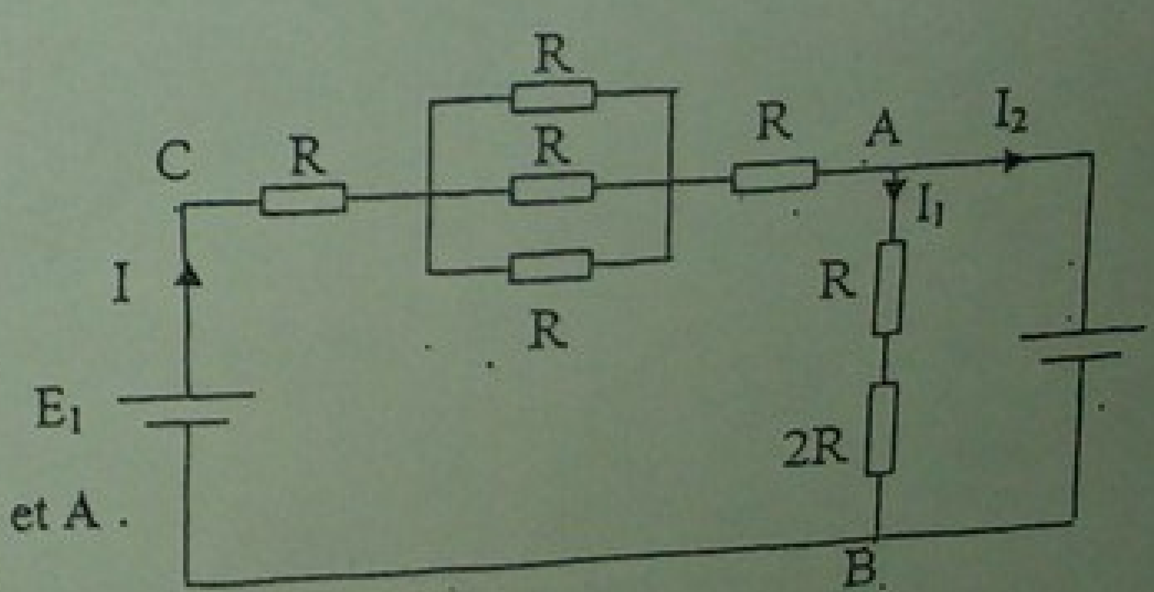
## Exercice 1 (12pts)




On considère un condensateur sphérique formé par deux conducteurs sphériques concentriques (A) et (B) en équilibre électrostatique. Le conducteur (A), de rayon $R_1$ est porté au potentiel $V_1$. Le conducteur (B) creux, de rayon interne $R_2$ et externe $R_3$ ($R_1<R_2<R_3$), est mis au sol. On désigne par $Q_1$, $Q_2$ et $Q_3$ les charges que portent respectivement les surfaces $S_1$ de (A) et les surfaces internes ($S_{2int}$) et externe ($S_{2ext}$) de (B).

1. a) Rappeler les propriétés d'un conducteur en équilibre.
   b) L'influence électrostatique entre (A) et (B) est elle totale ou partielle ? Justifier votre réponse.
   c) Exprimer $Q_2$ en fonction de $Q_1$ , et exprimer $\sigma_2$ en fonction de $\sigma_1$.
   d) Quel est le potentiel $V_2$ de (B) ?
   e) Que vaut la charge $Q_3$ ? Justifier.
2. Sachant que le potentiel V(O) au centre d'une distribution sphérique uniforme de charge totale Q et de rayon R est : $V(O) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$
   a) Déterminer le potentiel $V_1$ du conducteur (A) en fonction de $Q_1$, $R_1$ et $R_2$.
   b) En déduire la capacité C de ce condensateur sphérique.
   c) Déterminer l'expression de l'énergie électrostatique W emmagasinée dans ce condensateur.
3. a) Déterminer le champ $\vec{E}(r)$ entre les armatures (A) et (B) du condensateur sphérique ($R_1<r<R_2$).
   b) Exprimer la densité d'énergie $\omega = \dfrac{dW}{d\tau}$
   c) Retrouver à partir de l'expression de ω, l'énergie W emmagasinée dans le condensateur sphérique.

## Exercice 2 (10pts)




Soit le circuit de la figure ci-contre
Avec : $E_1 = 5$ V ; $E_2 = 3$ V et $R = 1\,\Omega$ .

1-Déterminer la résistance équivalente $R_{CA}$ entre C et A .
2-Quelle la différence de potentiel $U_{AB} = V_A - V_B$?
3-En déduire l'intensité du courant $I_1$.
4-Déterminer l'intensité du courant I débité par le générateur $E_1$.
5- En déduire l'expression et la valeur de l'intensité du courant $I_2$ circulant dans $E_2$. Quel est alors le fonctionnement de $E_2$ (générateur ou récepteur) ?
6- Retrouver $I_2$ par application du théorème de Thevenin.

39 19

12,5

# Corrigé du $C_2$ Élect 1 2012/2013

I 1°) a) La charge, si elle existe, est surfacique, le champ électrique à l'intérieur du conducteur est nul et son potentiel est cst. 1

b) d'influence électrostatique entre A et la surface interne de B est totale. 0,5

entoure complètement A, ou toutes les lignes de champ issues de A aboutissent sur B interne ← 0,5

$V_1$ est supposé $>$

c) $Q_2 = -Q_1$ ← 0,5 et $\sigma_2 = -\dfrac{R_1^2}{R_2^2}\sigma_1$ ← 1

d) $V_2 = 0$ ← 0,5 e) $Q_3 = 0$ 0,5, les charges sur B externe sont neutralisées par les charges $< 0$ de la terre. ← 0,5

2°) a) $V_1 = \dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = \dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right)$ 1,5

b) $Q_1 = C\,\Delta V = C(V_1 - V_2) = C V_1 \Rightarrow C = \dfrac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$ 1

c) $W = \dfrac{1}{2}CV_1^2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}V_1^2$ ou $W = \dfrac{1}{2}\dfrac{Q_1^2}{C}$ 1

3°) a) Th de Gauss appliqué à 1 surface fermée de rayon $r$

$R_1 < r < R_2$ donne $\vec{E} = \dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\vec{e_r}}{r^2} = \dfrac{C\,V_1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\vec{e_r}}{r^2}$ 1,5

b) $w = \dfrac{dW}{d\tau} = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0\dfrac{Q_1^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2 r^4} = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0\dfrac{C^2V_1^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2 r^4}$ 0,5

c) $W = \iiint_{\text{volume où } E \neq 0} w\, d\tau$

$= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta \int_{R_1}^{R_2} r^2\, \dfrac{1}{2}\varepsilon_0 \dfrac{C^2V_1^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2 r^4}\, dr$

$= \dfrac{1}{2}(4\pi\varepsilon_0)\dfrac{C^2V_1^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2}\int_{R_1}^{R_2}\dfrac{dr}{r^2} = \dfrac{1}{2}\,4\pi\varepsilon_0\dfrac{C^2V_1^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2}\left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right)$ 1,5

$W = \dfrac{1}{2}C\,V_1^2$ avec $\dfrac{1}{C} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right)$

20

X2 (10 pts)

1°) $R_{CA} = R + (R \| R \| R) + R = R + \frac{R}{3} + R = \frac{7R}{3} = 7/3\ \Omega$. (1,5)

2°) $U_{AB} = V_A - V_B = E_2 = 3V.$ (1pt)

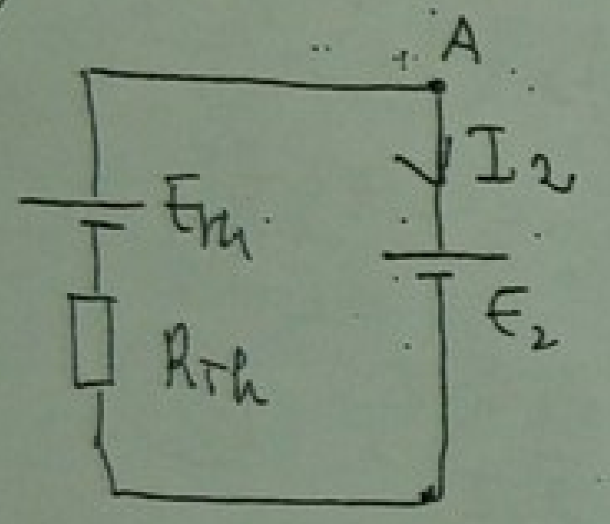
3°) $U_{AB} = 3R I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{E_2}{3R} = 1A$ (1pt)

4°) $I = \frac{E_1 - E_2}{R_{CA}} = \frac{2\times 3}{7} = \frac{6}{7} A$ (1,5)

5°) noeud A : $I = I_1 + I_2$, $I_2 = I - I_1 = \frac{6}{7} - 1 = -\frac{1}{7} A$ (1pt)

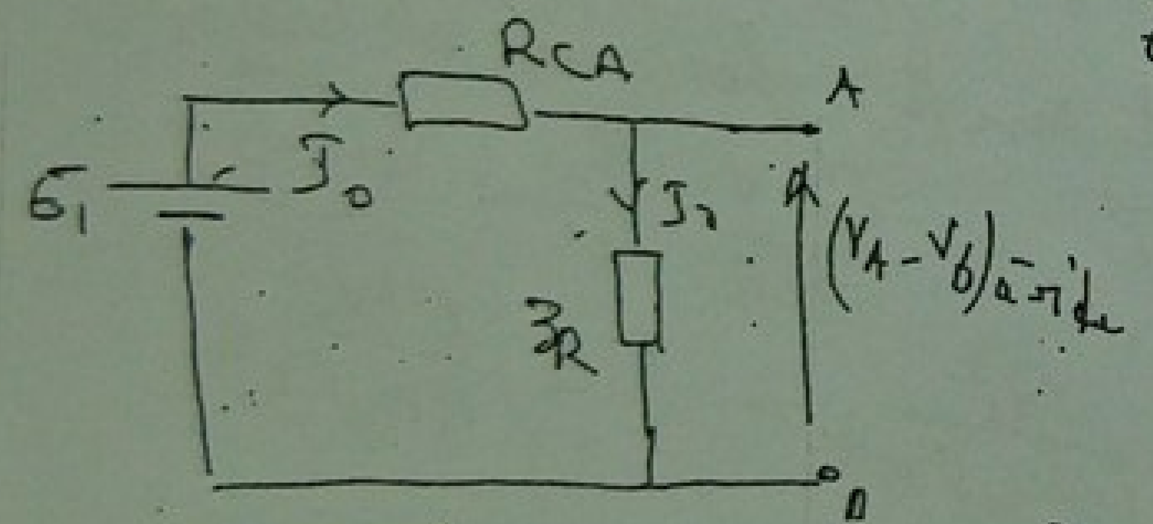
$I_2$ circule de B vers A $\Rightarrow E_2$ fonctionne comme générateur (1pt)

6°) Par Thevenin le circuit est équivalent à :




où $E_{Th} = V_A - V_B)$ à vide

et $R_{Th}$ = résistance équivalente vue entre A et B si $E_1$ est court-circuité.




$E_{Th} = (V_A - V_B)_{à\ vide} = 3R J_0$ et $J_0 = \frac{E_1}{R_{CA} + 3R}$

(1pt) $E_{Th} = \frac{3R\, E_1}{R_{CA} + 3R} = \frac{9E_1}{16}$

$R_{Th} = R_{CA} // 3R$ (1pt) $= \frac{3R \cdot R_{CA}}{3R + R_{CA}} = \frac{21R}{16}$

$I_2 = \frac{E_{Th} - E_2}{R_{Th}} = \frac{\frac{9}{16} - E_2}{21R/16} = \frac{9E_1 - 16E_2}{21R} = -\frac{3}{21} = -\frac{1}{7} A$ (1pt)

MQ : 6°) Pour ceux qui ont calculé $I_1$ au lieu $I_2$

$\boxed{E_{Th} = E_2}$ (1pt) et $\boxed{R_{Th} = 0 \quad 1\,pt}$ $\Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{E_{Th}}{3R} = 1A \quad 1pt}$

Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique
Marrakech

Année universitaire 2012/2013
Filière SMA/S2

Contrôle 2 – Electricité 1
Durée : 1h 30 min

**Exercice 1**

On considère une sphère conductrice ($A_2$) creuse de centre O de rayon intérieur $R_2$ et de rayon extérieur $R_3$. On désigne par $S_2$ et $S_3$ respectivement les surfaces intérieure et extérieure de ($A_2$). La sphère ($A_2$) est isolée et porte une charge Q positive.
On place à l'intérieur de ($A_2$) une sphère conductrice pleine ($A_1$), initialement neutre, de rayon $R_1$ ($R_1 < R_2$) et de surface $S_1$ de telle manière que les deux sphères ($A_1$) et ($A_2$) soient concentriques (même centre O).

1) Déterminer les charges $Q_{S1}$, $Q_{S2}$ et $Q_{S3}$ portées respectivement par les surfaces $S_1$, $S_2$ et $S_3$. Justifiez vos réponses
2) Que peut-on dire des potentiels $V_{A1}$ de ($A_1$) et $V_{A2}$ de ($A_2$). Justifiez vos réponses.

**Exercice 2**

1) On considère le groupement de condensateurs de la figure1. Déterminer la capacité équivalente du circuit vue entre A et B
2) On considère le groupement de résistances de la figure 2. Montrer que la résistance équivalente du circuit vue entre A et B est $R_{AB} = \frac{23}{5}$ R.

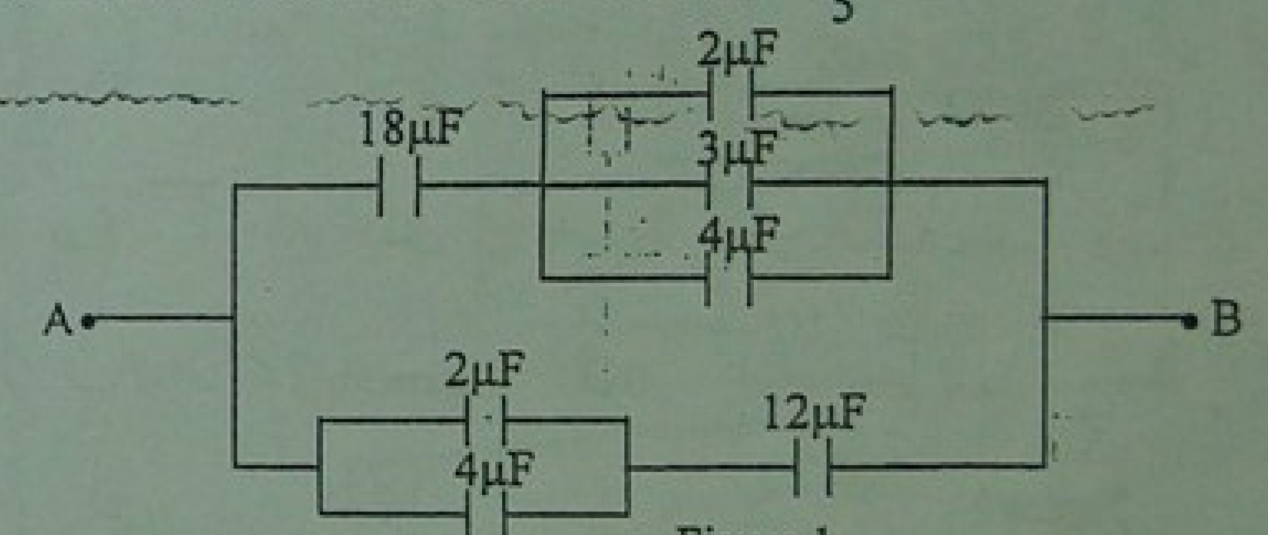



Figure 1

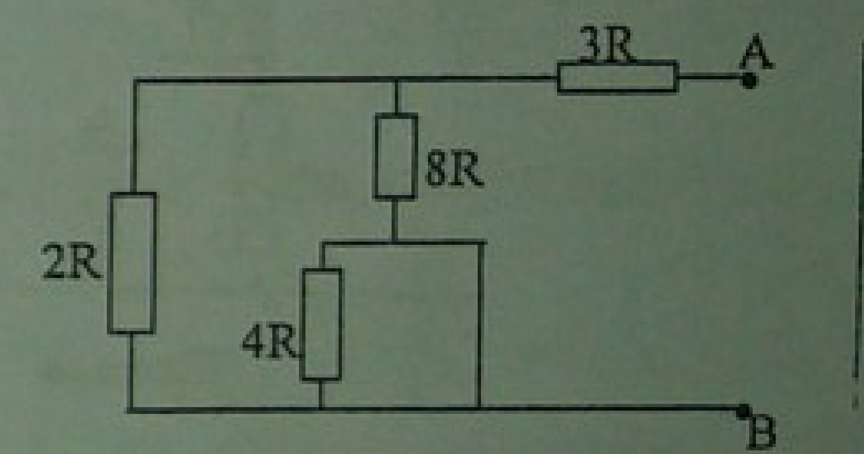



Figure 2

**Exercice 3**

A- On considère le générateur de tension (E , r ) de la figure 3a et le générateur de courant (η , R) de la figure 3b.
1) Pour chacun de ces deux générateurs, déterminer la tension à vide.
2) Pour chacun de ces deux générateurs, écrire la loi d'Ohm.
3) On veut que ces deux générateurs soient équivalents. Déterminer E et r en fonction de η et R.
4) Calculer la force électromotrice E et la résistance interne r du générateur de tension équivalent au générateur de courant (η, r) pour η = 0,6 A et R = 50 Ω

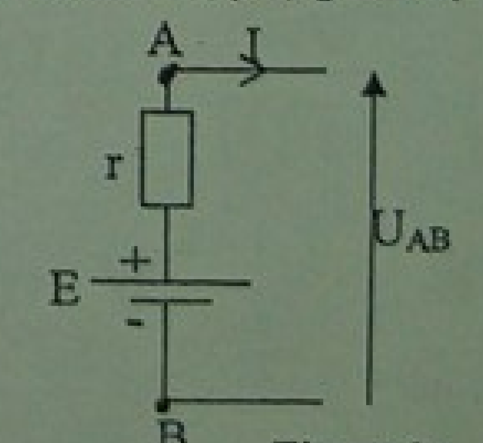



Figure 3a

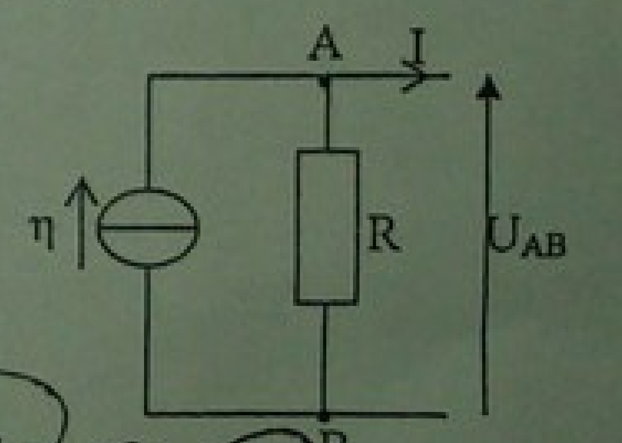



Figure 3b

21

**B-** On considère le circuit de la figure 4

1) Déterminer l'intensité de courant $I_0$ qui traverse la résistance R en fonction de $\eta$, R, $R_1$ et $R_2$

2) En déduire l'expression de la différence de potentiel $(V_A - V_B)$ en fonction de $\eta$, R, $R_1$ et $R_2$.

3) Déterminer l'expression de la différence de potentiel $(V_B - V_C)$ en fonction de $\eta$, R, $R_1$ et $R_2$

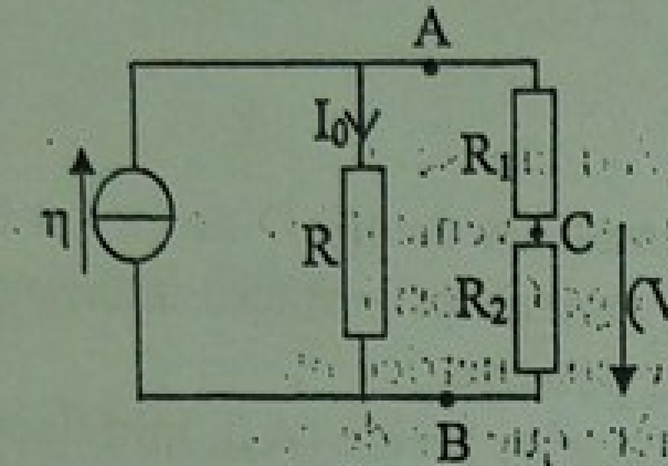



Figure 4

## Exercice 4

On considère les circuits de la figure 5

1) Calculer, en appliquant le théorème de Thévenin, les valeurs de $E_{Th}$ et $R_{Th}$ pour que le circuit de la figure 5a soit équivalent au circuit de la figure 5b

2) On branche aux bornes A et B du générateur de Thévenin ($E_{Th}$, $R_{Th}$) de la figure 5b une résistance R de 1kΩ

2-a) Calculer la valeur de l'intensité de courant qui circule dans cette résistance R de 1 kΩ

2-b) Calculer la puissance fournie par le générateur de Thévenin et la puissance dissipée par effet joule dans le circuit. Conclure.

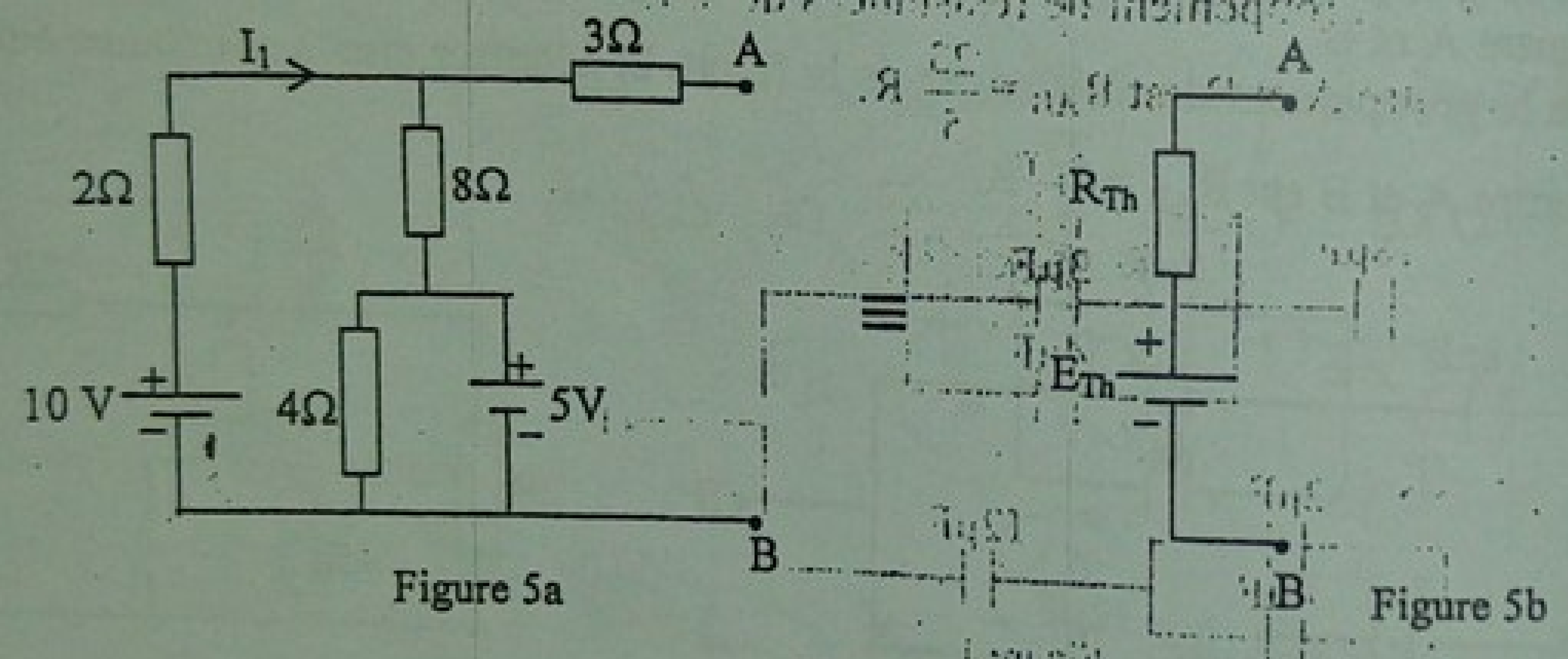



Figure 5a

Figure 5b

Figure 5

**Barème approximatif**: exercice 1 (3 points)
exercice 2 (3 points)
exercice 3 (8 points)
exercice 4 (6 points)



(12 pts) Corrigé du $C_2$ Elect 1 2012/2013

x I 1°) a) La charge, si elle existe, est surfacique, le champ électrique à l'intérieur du conducteur est nul et son potentiel est constant
) d'influence électrostatique entre A et la surface interne de B est totale : B entoure complètement A, ou toutes les lignes de champ issues de A aboutissent sur B interne ← 0,5

$V_1$ est supposé

c) $Q_2 = -Q_1$ ← 0,5 et $\sigma_2 = -\frac{R_1^2}{R_2^2}\sigma_1$ ← 1

d) $V_2 = 0$ ← 0,5 e) $Q_3 = 0$ 0,5, les charges sur B externe sont neutralisées par les charges < 0 de la terre. ← 0,5

2°) a) $V_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$ → 1,5

b) $Q_1 = C\Delta V = C(V_1 - V_2) = CV_1 \Rightarrow C = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

c) $W = \frac{1}{2}CV_1^2 = \frac{1}{2}\frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}V_1^2$ ou $W = \frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{C}$. 1

3°) a) Th de Gauss appliqué à 1 surface fermée de rayon $R_1 < r < R_2$ donne $\vec{E} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{e_r}}{r^2} = \frac{CV_1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{e_r}}{r^2}$. 1,5

b) $w = \frac{dW}{d\tau} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0\frac{Q_1^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2 r^4} = \frac{1}{2}\varepsilon_0\frac{C^2V_1^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2 r^4}$ 0,5

c) $W = \iiint_{\text{volume où } E \neq 0} w\, d\tau$

$= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta \int_{R_1}^{R_2} r^2 \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{C^2V_1^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2 r^4} dr$

$= \frac{1}{2}(4\pi\varepsilon_0)\frac{C^2V_1^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{1}{2}4\pi\varepsilon_0\frac{C^2V_1^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$

$W = \frac{1}{2}CV_1^2$ avec $\frac{1}{C} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$

Ex2

1°) $R_{CA} = R + (R \| R \| R) + R = R + \frac{R}{3} + R = \frac{7R}{3} = \frac{7}{3}\Omega$ (1,5)

2°) $U_{AB} = V_A - V_B = E_2 = 3V$. (1pt)

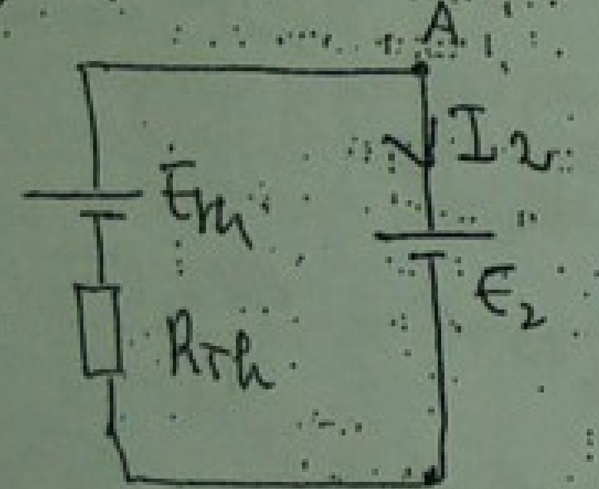
3°) $U_{AB} = 3RI_1 \Rightarrow I_1 = \frac{E_2}{3R} = 1A$ (1pt)

4°) $I = \frac{E_1 - E_2}{R_{CA}} = \frac{2\times 3}{7} = \frac{6}{7} A$ (1,5)

5°) noeud A : $I = I_1 + I_2$ ; $I_2 = I - I_1 = \frac{6}{7} - 1 = -\frac{1}{7} A$ (1p)

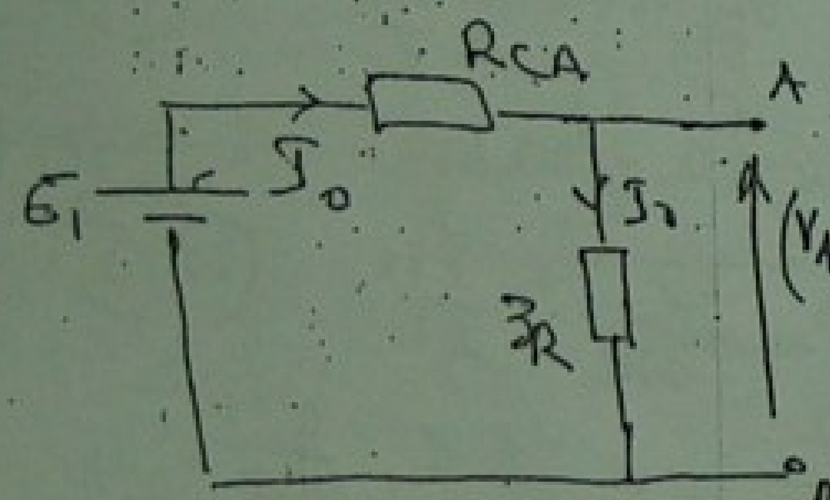
$I_2$ circule de B vers A $\Rightarrow E_2$ fonctionne comme générateur

6°) Par Thevenin le circuit est équivalent à :




où $E_{th} = V_A - V_B$) à vide

et $R_{Th}$ = résistance équivalente vue entre A et B si $E_1$ est court-circuité




$E_{th} = (V_A - V_B)_{\text{à vide}} = 3RJ_0$ et $J_0 = \frac{E_1}{R_{CA} + 3R}$

(1pt) $E_{th} = \frac{3R\,E_1}{R_{CA} + 3R} = \frac{9E_1}{16}$

$R_{Th} = R_{CA} \| 3R = \frac{3R \cdot R_{CA}}{3R + R_{CA}} = \frac{21R}{16}$ (1pt)

$I_2 = \frac{E_{th} - E_2}{R_{Th}} = \frac{\frac{9}{16} - E_2}{21R/16} = \frac{9E_1 - 16E_2}{21R} = -\frac{3}{21} = -\frac{1}{7}$ (1pt)

RMQ : 6°) Pour ceux qui ont calculé $I_1$ au lieu $I_2$

$\boxed{E_{th} = E_2}$ (1pt) et $\boxed{R_{th} = 0 \quad 1\,pt}$ $\Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{E_{th}}{3R} = 1A}$ 1pt

36

Année universitaire 2012/2013
Filière SMA/S2


Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique
Marrakech


# Contrôle de rattrapage – Electricité 1

Durée : 1h 30 min
(22/06/2013)

## Exercice 1

On considère une sphère creuse Σ de centre $O$, de rayon extérieur R et de rayon intérieur $\alpha$.R, ( $0 < \alpha < 1$) chargée uniformément avec une densité volumique de charge ρ positive (Figure 1).
Un point M de l'espace est repéré par son vecteur position $\vec{r} = \overrightarrow{OM} = r\vec{e}_r$

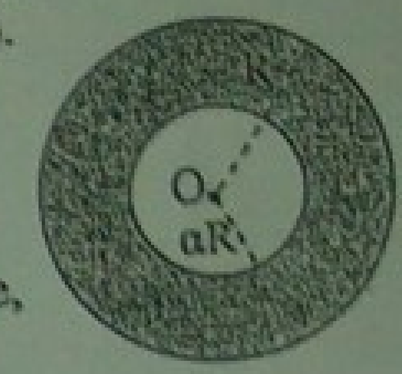



Figure 1

1/ Calculer le volume chargé.
2/ Par des considérations de symétries et d'invariances de la distribution de charge, montrer que $\vec{E}(M) = E(r)\vec{e}_r$
3/ En appliquant le théorème de Gauss déterminer le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ en tout point M de l'espace en fonction des données.
4/ Déterminer l'expression du potentiel V( r > R) en fonction de ρ , $\varepsilon_0$ , α , R et r. (On prendra V( r → ∞) = 0 volt
5/ Lorsque $(1-\alpha) \ll 1$ , la sphère creuse Σ est considérée chargée uniformément en surface avec une densité de charge surfacique σ. En admettant que $(1-\alpha^3) \approx 3(1-\alpha)$ :
5-a) Exprimer σ en fonction de α , ρ et R
5-b) En déduire le potentiel V( r >R) en fonction de σ , $\varepsilon_0$ , R et r .

## Exercice 2

On considère le circuit de la figure 2.
1/ Par application de la loi des nœuds, déterminer les expressions des courants $I_3$ , $I_4$ et $I_5$ en fonction de I , $I_1$ et $I_2$
2/ Par application de la loi des mailles, déduire le système d'équations suivant:

$3I_1 - I - I_2 = 0$
$3I_1 - 2I + 4I_2 = 0$

3/ En déduire les expressions des courants $I_1$ et $I_2$ en fonction de I uniquement.
4/ Déterminer $(V_A - V_B)$ en fonction de I et R
5/ $(V_A - V_B)$ peut s'écrire sous la forme:$(V_A - V_B) = R_{éq}$ I. En déduire l'expression de la résistance équivalente $R_{éq}$

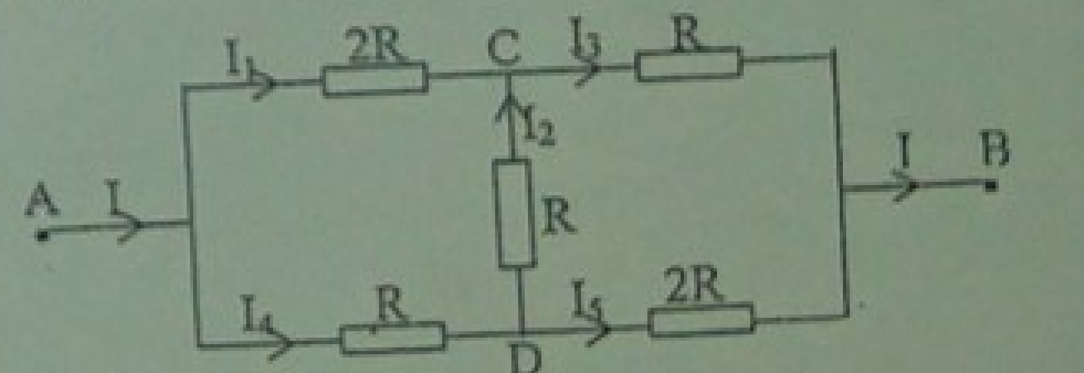



Figure 2

## Exercice 3

On considère le circuit de la figure 3
1/ En appliquant le théorème de Thévenin, déterminer l'expression du courant I qui circule dans la branche contenant $R_2$
2/ On donne : $E_1 = 5V$, $R_1 = 1k\Omega$ , $R = 500\,\Omega$ , $E_2 = 10$ V et $R_2 = 2{,}5$ kΩ
Calculer I et préciser son sens.

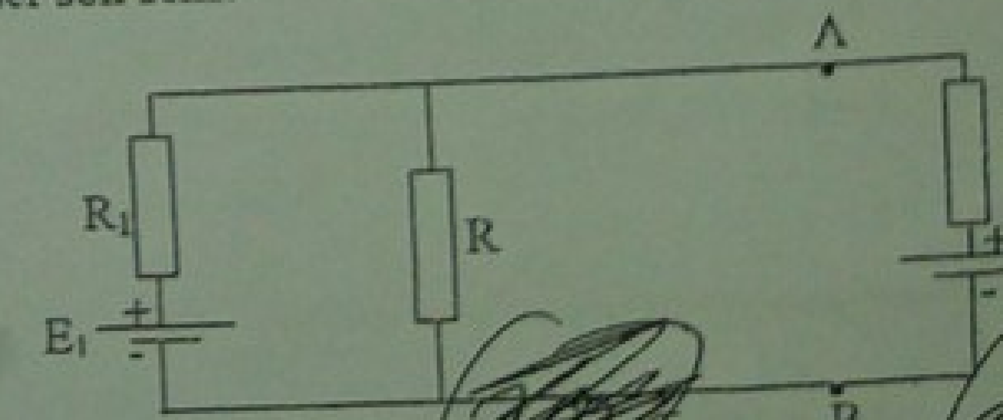



Figure 3

23

UNIVERSITE CADI AYYAD
FACULTE DES SCIENCES SEMLALIA
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
MARRAKECH

Année Universitaire 2011-2012
Filières SMPC – S2

Premier Contrôle
**ELECTRICITE I : durée 1h30**

## Exercice 1

On considère le plan (O, x, y) muni de la base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j})$. Deux charges ponctuelles $q_0$ et $q$, placées sur l'axe Ox, respectivement aux points O et A, de coordonnées (0,0) et (a,0), comme indiqué sur la figure 1. On donne $q = -q_0$ avec $q_0>0$.

1° - Donner l'expression vectorielle de la force électrostatique $\vec{F}_{q_0 \to q}$ exercée par la charge $q_0$ sur la charge q.

2° - Soit un point P du plan xOy, équidistant des deux charges $q_0$ et q, tel que OP = AP = a

a) Préciser à l'aide d'un schéma, la direction et le sens du champ électrostatique total $\vec{E}_{tot}(P)$ crée au point P, par l'ensemble des deux charges $q_0$ et q.

b) Déterminer l'expression vectorielle du champ $\vec{E}_{tot}(P)$

c) Déterminer le potentiel électrostatique $V_{tot}(P)$.

3°- Au point P, on place une charge ponctuelle Q négative, exprimer la force électrostatique résultante $\vec{F}$ exercée par les deux charges $q_0$ et q sur la charge Q (on précisera le sens).

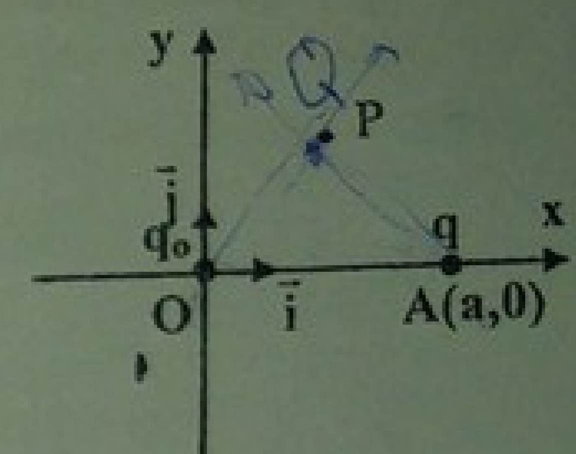



Figure 1

## Exercice 2

On considère un fil infini, confondu avec l'axe Oz, chargé uniformément avec une densité de charges linéique λ ( λ>0).

1° - Par des considérations de symétrie et d'invariance (qui seront clairement explicitées), déterminer la direction du champ électrostatique $\vec{E}$ et la variable dont il dépend.

2°- Soit un point P sur le fil, à l'altitude z, et un point M de l'espace, tel que OM = r (voir figure 2). Un petit élément $d\ell$ centré au point P contenant la charge élémentaire dq, crée au point M un champ électrostatique élémentaire $d\vec{E}$. Exprimer le champ élémentaire $d\vec{E}$.

3° - En déduire le champ électrostatique $\vec{E}$ total crée par le fil au point M.

4° - Retrouver ce résultat par application du théorème de Gauss en justifiant le choix de la surface de Gauss.

5°- En déduire le potentiel V(M). On donne V(r = 1) = 0.

6° - Sans faire de calcul, donner la forme des lignes de champ et celle des surfaces équipotentielles.

7° - On place un deuxième fil infini, parallèle au premier fil, situé en un point O' tel que OO' = 2r (voir figure 3). Le fil 2 est chargé uniformément avec une densité de charges linéique -λ (λ>0).

Déterminer le champ électrostatique $\vec{E}_{tot}(M)$ et le potentiel électrostatique $V_{tot}(M)$ créés par les deux fils infinis au point M tel que M est le milieu de OO'.

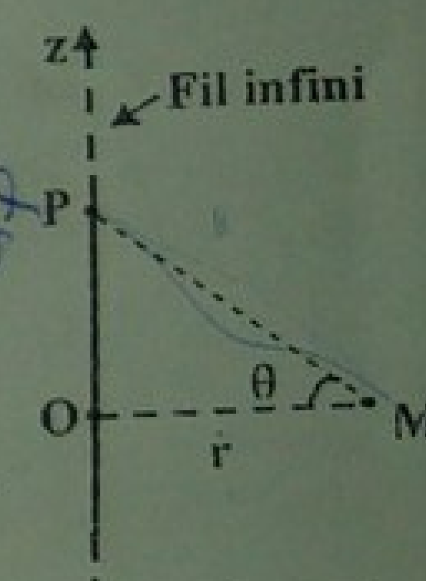



Figure 2

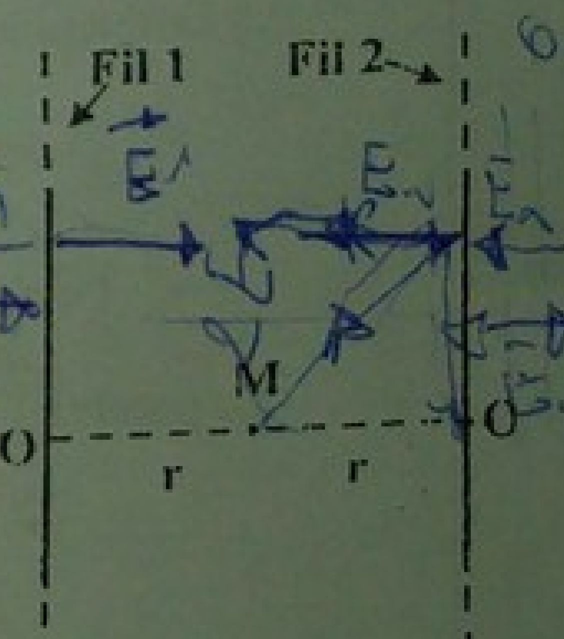


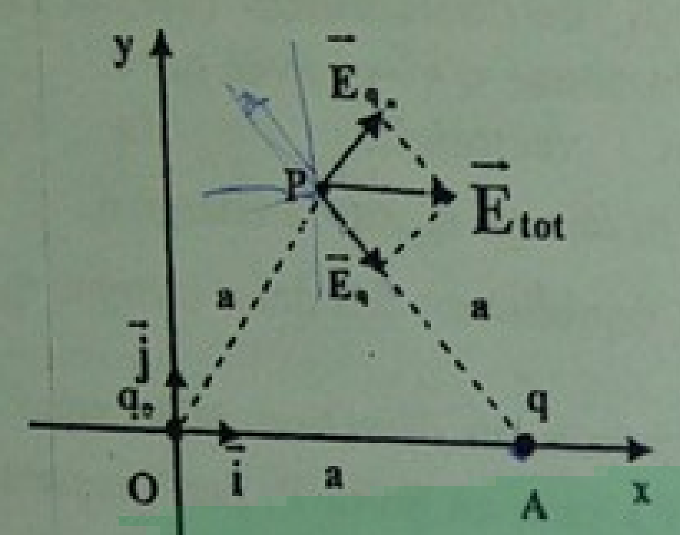

Figure 3

# Corrigé de l'épreuve de l'électricité 1
## du premier contrôle SMPC S2
### Année universitaire 2011 - 2012

**Exercice 1** (7 points):

1) La force de Coulomb exercée par la charge qo placée en O sur la charge $q = -q_0$ placée en A est $\boxed{\vec{F}_{q_0 \to q} = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{i} = \frac{-q_0^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{i}}$

2) a) Représentation du vecteur champ total $\vec{E}_{tot}$ crée par les deux charges $q_0$ et q au point P :




Cette figure indique le champ total $\vec{E}_{tot}$ crée par les deux charges $q_0$ et $q = -q_0$.
Le champ est colinéaire à l'axe Ox et de sens $\vec{i}$ : $\boxed{\vec{E}_{tot} = E_{tot}\vec{i}}$

b) Le champ total $\vec{E}_{tot}$ crée par les deux charges $q_0$ et q au point P :

- Le champ $\vec{E}_{q_0}$ crée en P par la charge $q_0$ placée en O est : $\vec{E}_{q_0}(P) = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 a^3}\overrightarrow{OP}$
- Le champ $\vec{E}_q$ crée en P par la charge q placée en A est : $\vec{E}_q(P) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^3}\overrightarrow{AP} = \frac{-q_0}{4\pi\varepsilon_0 a^3}\overrightarrow{AP}$

  Le champ total $\vec{E}_{tot}$ est donc : $\vec{E}_{tot}(P) = \vec{E}_{q_0}(P) + \vec{E}_q(P)$ soit

  $\vec{E}_{tot}(P) = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 a^3}(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{AP}) = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 a^3}\overrightarrow{OA} = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{i}$

  $\boxed{\vec{E}_{tot}(P) = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{i}}$

c) Détermination du potentiel total $V_{tot}(P)$ crée au point P

- Le potentiel $V_{q_0}(P)$ crée en P par la charge $q_0$ est $V_{q_0}(P) = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 a}$
- Le potentiel $V_q(P)$ crée en P par la charge q est $V_q(P) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{-q_0}{4\pi\varepsilon_0 a}$

Le potentiel total $V_{tot}(P)$ crée en P est :

$$\boxed{V_{tot}(P) = V_{q_0}(P) + V_q(P) = 0}$$

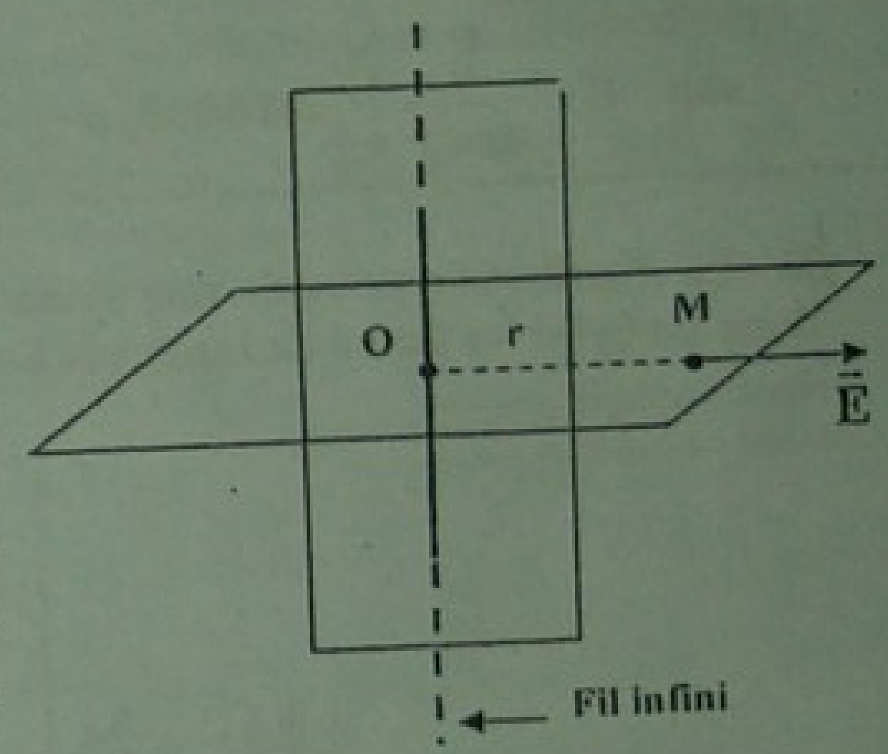
3) La force résultante $\vec{F}$ exercée par les deux charges $q_0$ et q sur la charge Q placée en P est : $\vec{F} = Q\vec{E}_{tot}$ soit $\boxed{\vec{F} = \frac{q_0 Q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{i}}$

Puisque Q est négative, $\vec{F}$ est de sens contraire de celui du champ $\vec{E}_{tot}$

**Exercice 2 (13 points)**

1) Pour un point M quelconque de l'espace, la droite perpendiculaire au fil et passant par le point M est un axe de symétrie, le champ électrique $\vec{E}(M)$ est donc porté par cet axe. Il est orthoradial c'est-à-dire porté par $\vec{e}_r$ ($\vec{e}_r$ vecteur unitaire en coordonnées cylindriques) : $\vec{E} = E\vec{e}_r$

Ou




- Le plan contenant le fil infini et le point M est un plan de symétrie. Le champ $\vec{E}(M)$ appartient à ce plan.
- Le plan perpendiculaire au fil et passant par le point M est un plan de symétrie. Le champ $\vec{E}(M)$ appartient à ce plan.

Il en résulte que $\vec{E}(M)$ appartient à l'intersection des deux plans. $\vec{E}(M)$ est donc toujours perpendiculaire au fil. Le champ $\vec{E}$ est orthoradial - porté par $\vec{e}_r$ ($\vec{e}_r$ vecteur unitaire en coordonnées cylindriques) : $\vec{E} = E\vec{e}_r$

- D'autre part, une translation le long de l'axe Oz, ou une rotation autour de l'axe Oz laissent la distribution inchangée. Ceci montre donc que le champ électrique E ne dépend ni de z ni de φ et ne dépend donc que de r : $\boxed{\vec{E} = E(r)\vec{e}_r}$

2) Soit un élément dl du fil centré au point P d'ordonnées z, portant la charge élémentaire dq telle que $dq = \lambda dl = \lambda dz$ cette charge crée au point M le champ élémentaire :

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 PM^2}\left(\frac{\overrightarrow{PM}}{PM}\right) = \frac{\lambda dz}{4\pi\varepsilon_0 PM^2}\vec{u} \quad (1)$$

avec

$$\vec{u} = \left(\frac{\overrightarrow{PM}}{PM}\right) = \cos\theta\,\vec{e}_r - \sin\theta\,\vec{e}_z \;(2) \quad \text{et} \quad z = r.\mathrm{tg}\theta \quad \text{d'où} \quad dz = \frac{r}{\cos^2\theta}d\theta \quad (3)$$

$$\cos\theta = \frac{r}{PM} \quad \text{soit} \quad PM^2 = \frac{r^2}{\cos^2\theta} \quad (4)$$

Remplaçons les relations (2), (3) et (4) dans la relation (1) on trouve l'expression du champ éclectique élémentaire suivante :

$$d\vec{E} = \frac{\lambda d\theta}{4\pi\varepsilon_o r}\left(\cos\theta\vec{e}_r - \sin\theta\vec{e}_z\right)$$

3) D'après la question 1) seule la composante de $\vec{E}$ suivant $\vec{e}_r$ est non nulle (la composante suivant $\vec{e}_z$ est nulle). Le champ électrique total crée par tout le fil est :

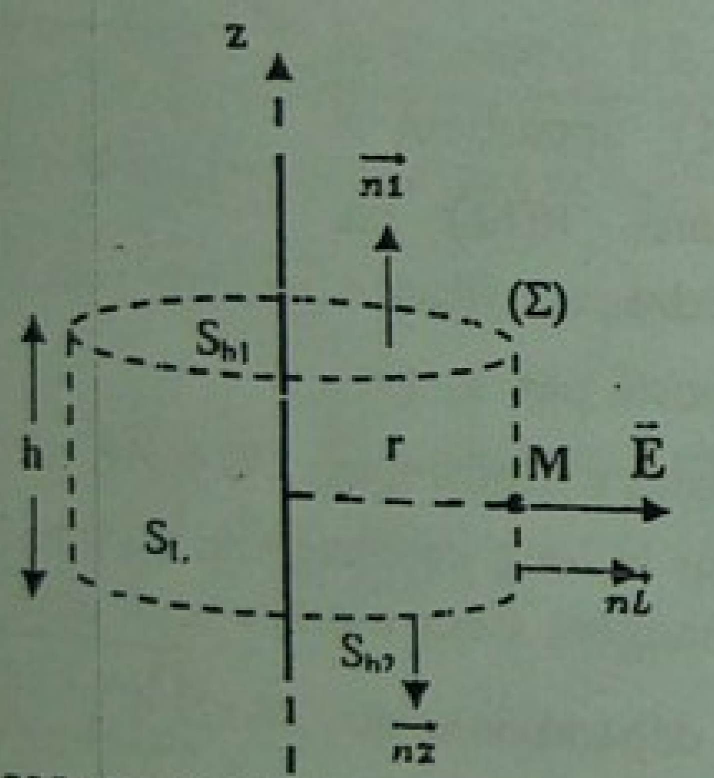
$$\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o r}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos\theta d\theta\vec{e}_r = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o r}\vec{e}_r$$

**Ou**

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o r}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\cos\theta\vec{e}_r - \sin\theta\vec{e}_z\right)d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o r}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos\theta\vec{e}_r d\theta - \underbrace{\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o r}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sin\theta\vec{e}_z d\theta}_{=0}$$

soit $\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o r}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos\theta d\theta\vec{e}_r = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o r}\vec{e}_r$

4) La distribution possède une symétrie cylindrique, la surface de Gauss $\Sigma$ adéquate est donc un cylindre fermé de longueur h et de rayon r (voir figure ci-dessous).




L'application du théorème de Gauss à cette surface nous donne le flux du champ électrique à travers cette surface fermée comme:

$$\Phi = \Phi_{SL} + \Phi_{B1} + \Phi_{B2}$$

Pour les surfaces de bases le champ et les vecteurs surfaces normales sortantes sont orthogonaux donc le flux est nul, d'où

$$\Phi = \Phi_{SL} = \iint_{SL}\vec{E}\,\vec{dS} = E(r)S = E(r)\,2\pi r h = \frac{Q_{intérieure}}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e}_r$$

5) Le potentiel électrique V(M) au point M est déterminé en utilisant la relation $\vec{E}(M) = -\overrightarrow{grad}V(M)$.

$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o r}\vec{e}_r = -\overrightarrow{grad}V = -\left(\frac{\partial V}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial\varphi}\vec{e}_\varphi + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{e}_z\right)$ par identification on a donc

$$\frac{\partial V}{\partial\varphi} = \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \text{ soit } \frac{\partial V}{\partial r} = \frac{dV}{dr} = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o r}$$

d'où $V = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o}\text{Log}r + Cst$ Or pour r =1 V = 0 donne Cst = 0.

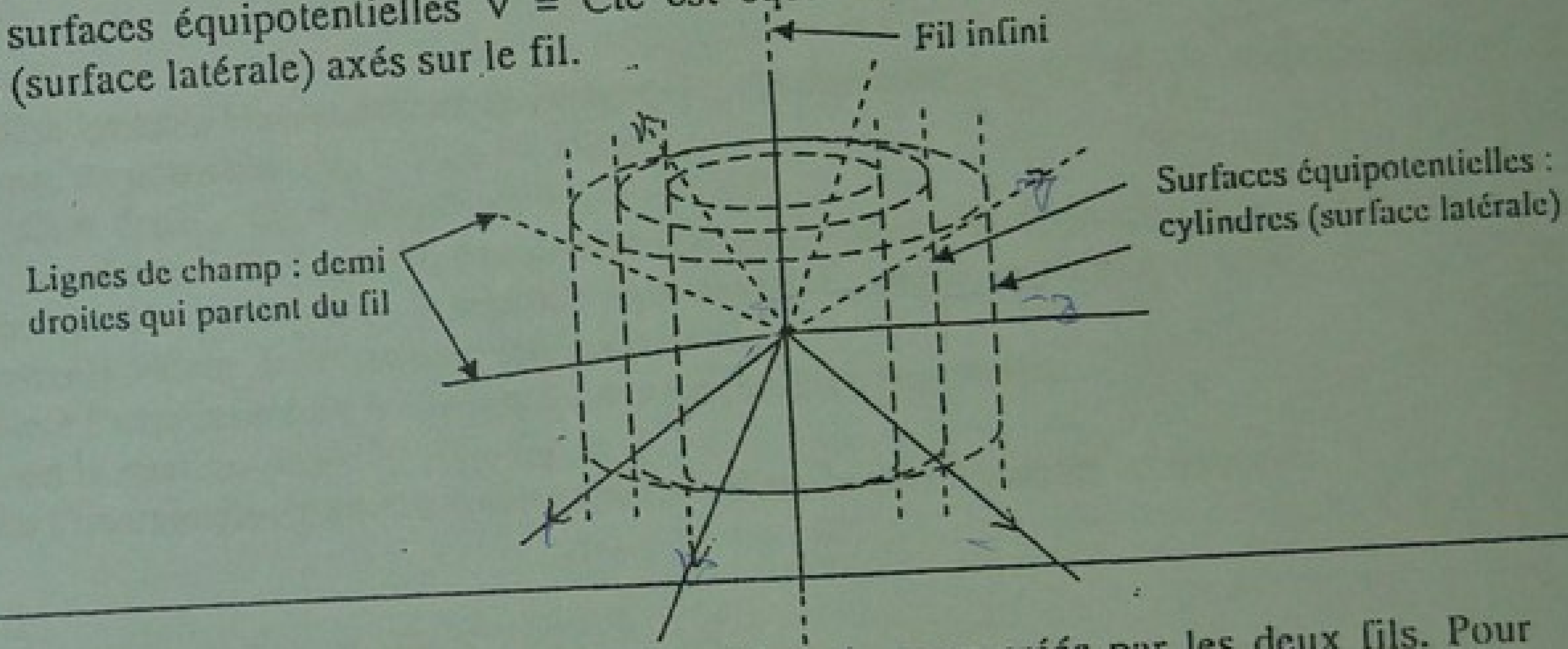
Le potentiel électrique au point M crée par tout le fil est donc :

$$V(M) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o}\text{Log}r$$

6) Puisque le champ est porté par le vecteur $\vec{e}_r$, les lignes de champ sont des demi droites perpendiculaires au fil et qui partent du fil car la densité est positive.

Pour les surfaces équipotentielles V = Cte est équivalent à r = Cte ce sont donc des cylindres (surface latérale) axés sur le fil.

**Ou**




7) Le champ total au point M est la superposition de ceux créés par les deux fils. Pour déterminer le champ $\vec{E'}$ crée par le deuxième fil infini chargé uniformément avec la densité de charges linéique $-\lambda$, on utilise alors le résultat établi dans la question 3°) :

$$\vec{E'} = \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\frac{\overline{O'M}}{O'M} = \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r^2}\overline{O'M} = \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r^2}(-r\vec{e}_r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e}_r$$

Le champ total est donc :

$$\vec{E}_{tot}(M) = \overline{E(M)} + \vec{E}'(M) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e}_r + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e}_r = \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 r}\vec{e}_r$$

soit $\vec{E}_{tot}(M) = \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 r}\vec{e}_r$

Pour le potentiel, on a la superposition des deux potentiels crées par les deux fils.

Le potentiel V'(r) crée par le deuxième fil est : $V'(r) = \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\text{Log}(r)$

Le potentiel total est : V(M) = V(M)+ V'(M)= 0

UNIVERSITE CADI AYYAD
FACULTE DES SCIENCES SEMLALIA
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
MARRAKECH

ANNEE 2011-2012

**$2^{ème}$ Contrôle d'électricité-I**
**Module de physique-2 : SMPC**
**Durée 1h 30min**

**Questions de cours.**

1°/ Rappeler les propriétés d'un conducteur en équilibre électrostatique.
2°/ Donner la définition de l'influence partielle ; faire un schéma.
3°/ Donner la définition de l'influence totale ; faire un schéma.

**Exercice I.**

On considère les trois condensateurs de la figure-1, de capacités $C_1$, $C_2$ et $C_3$ chargés sous une différence de potentiel $(V_A - V_B) = 5$ volts.

<u>On donne</u> : $C_1 = 5\ \mu F$, $C_2 = 10\ \mu F$ et $C_3 = 15\ \mu F$.

1°/Calculer les charges $Q_1$, $Q_2$ et $Q_3$ des condensateurs de capacités respectives $C_1$, $C_2$ et $C_3$.
2°/ a/ Déterminer l'expression de la capacité équivalente $C_e$ entre les points A et B.
b/ Calculer la valeur de la capacité équivalente $C_e$.
3°/ En déduire l'expression de la charge Q du condensateur équivalent.
4°/ Quelle est la relation entre $Q_1$, $Q_2$, $Q_3$ et Q.
5°/ Calculer l'énergie électrostatique emmagasinée dans le condensateur équivalent.

**Exercice II**

On considère le circuit de la figure-2 .
1°/ Trouver l'expression du courant I qui passe dans (E , r) voir figure-2, en utilisant le théorème de Thévenin.
2°/ Déterminer les expressions des courants $I_1$ , $I_2$ et I en utilisant les lois de Kirchhoff.
3°/ Calculer les valeurs des courants $I_1$ , $I_2$ et I .
<u>On donne</u> : $E_1 = 10V$ , $E_2 = 4V$, $E = 1V$ , $R = 4\Omega$ et $r = 1\Omega$.
4°/ En déduire le fonctionnement ( générateur ou récepteur ) de $E_1$ , $E_2$ et E .
5°/ Calculer la puissance totale reçue par ( E , r ) .

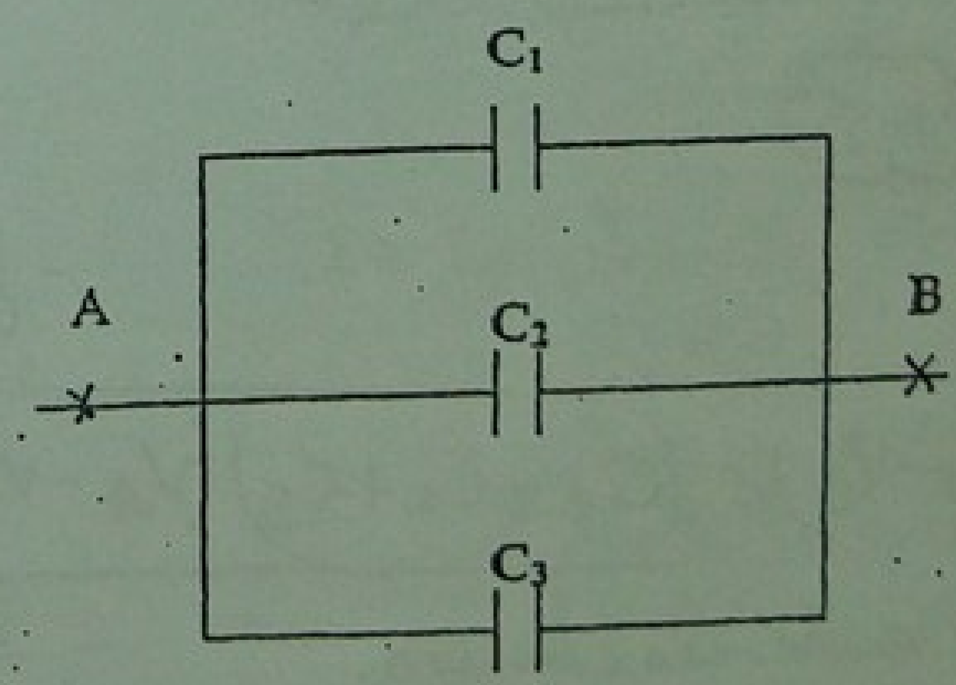



**Figure-1**

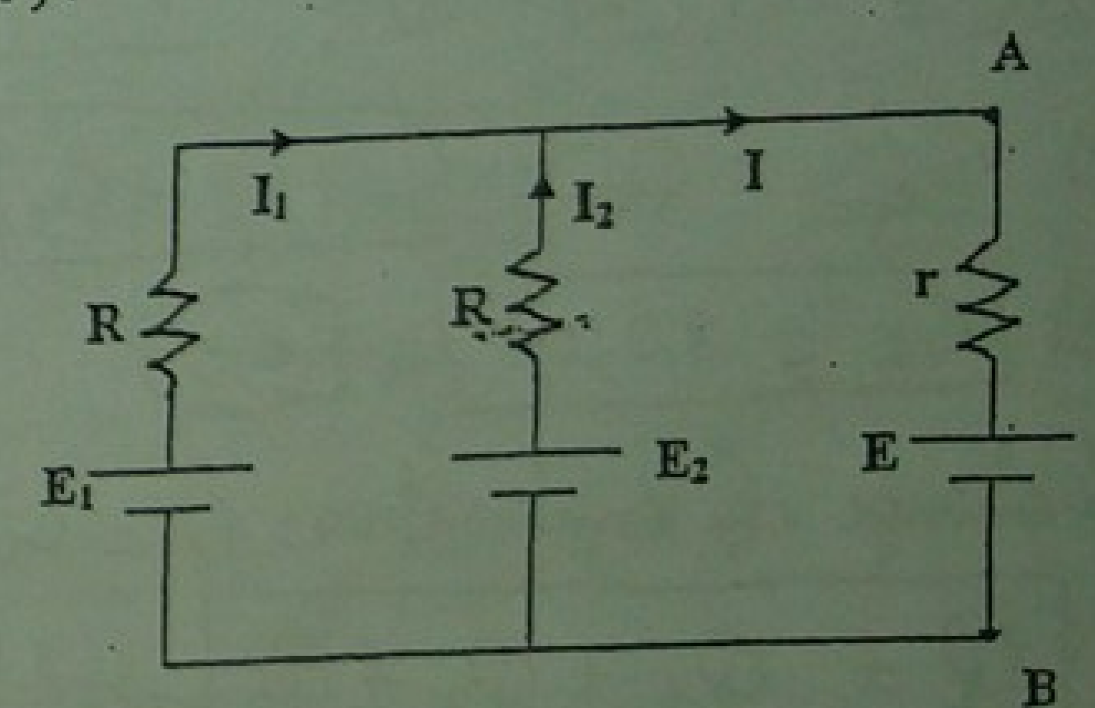



**Figure-2**

27

## Corrigé du contrôle 2, Elec I : 2011 - 2012

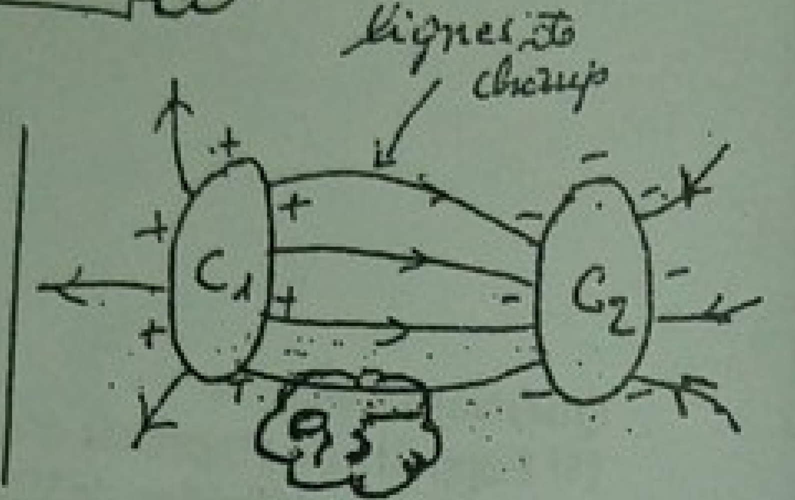
**Question de Cours. (3,5 pts)**

1° • Le champ à l'intérieur d'un conducteur en équilibre est nul : $\boxed{\vec{E}_{int} = \vec{0}}$ (0,5)

• Le potentiel d'un conducteur en équilibre électro. est constant : $\boxed{V = cte}$

• Pour un conducteur en équilibre $\boxed{\rho = 0}$ (0,5)

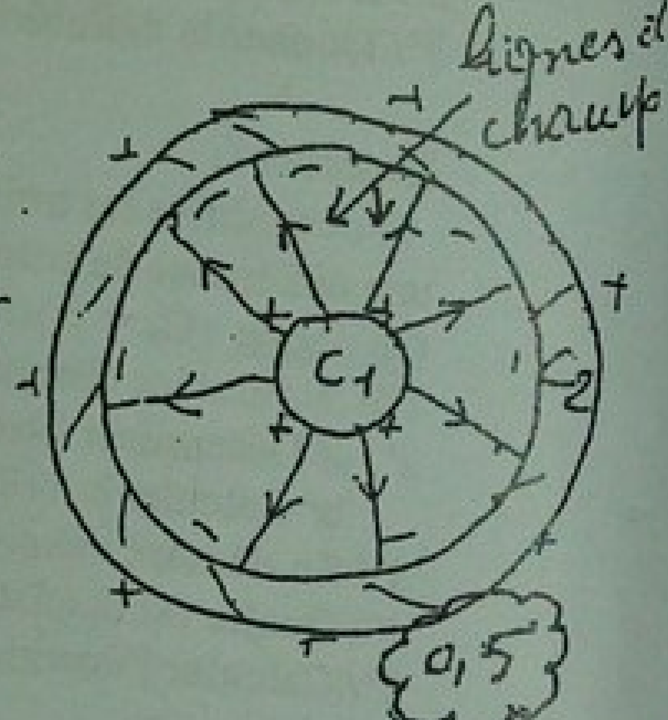
2° Deux conducteurs sont en influence partielle, lorsque les lignes de champ issues d'un conducteur n'arrivent pas toutes sur l'autre. (0,5)




3° On dit qu'il y a influence totale entre 2 conducteurs, lorsque le conducteur influencé entoure complètement le conducteur influençant (0,5)

ou bien

L'influence est totale lorsque toutes les lignes de champ issues d'un conducteur arrivent toutes sur l'autre conducteur.




**EX. I (4,5 pts)**

1° $Q_1 = C_1(V_A - V_B) = 5.10^{-6}.5 = \boxed{25.10^{-6}C = 25\,\mu C}$ (0,5)

$Q_2 = C_2(V_A - V_B) = \boxed{50.10^{-6}C = 50\,\mu C}$ (0,5)

$Q_3 = C_3(V_A - V_B) = \boxed{75.10^{-6}C = 75\,\mu C}$ (0,5)

2° a) $C_{équi} = C_e = \boxed{C_1 + C_2 + C_3}$ (0,5)

b) $\boxed{C_e = 30\,\mu F}$ (0,5)

3° La charge du condensateur : $Q = C_e(V_A - V_B) = \boxed{(C_1 + C_2 + C_3)(V_A - V_B)}$ (0,5)

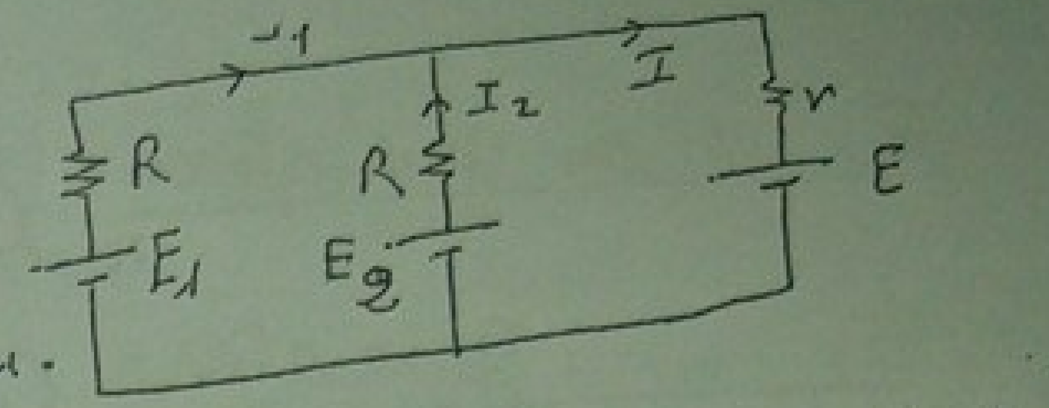
4° $\boxed{Q = Q_1 + Q_2 + Q_3}$ relation entre les charges. (0,5)

5° L'énergie du condensateur : $W_e = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_e} = \frac{1}{2}C_e(V_A - V_B)^2 = \frac{1}{2}Q(V_A - V_B)$

$\boxed{W_e = 375.10^{-6}J}$ (1)

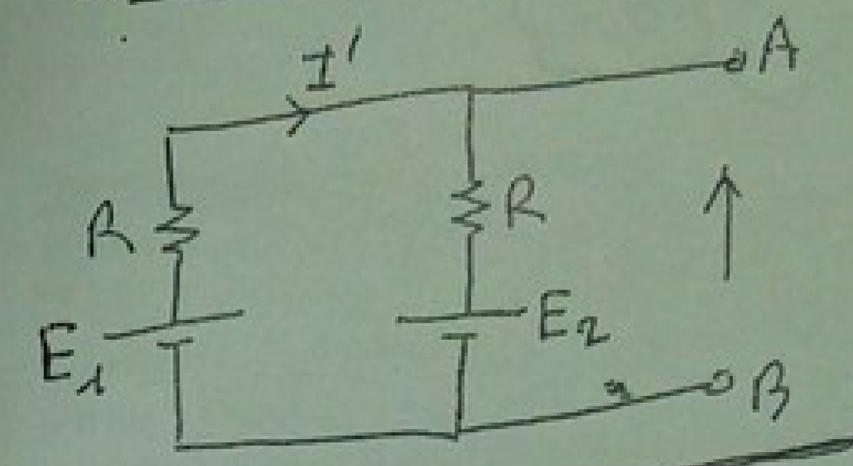
**EX. II : 12 pts**

1°




Théorème de Thévenin.

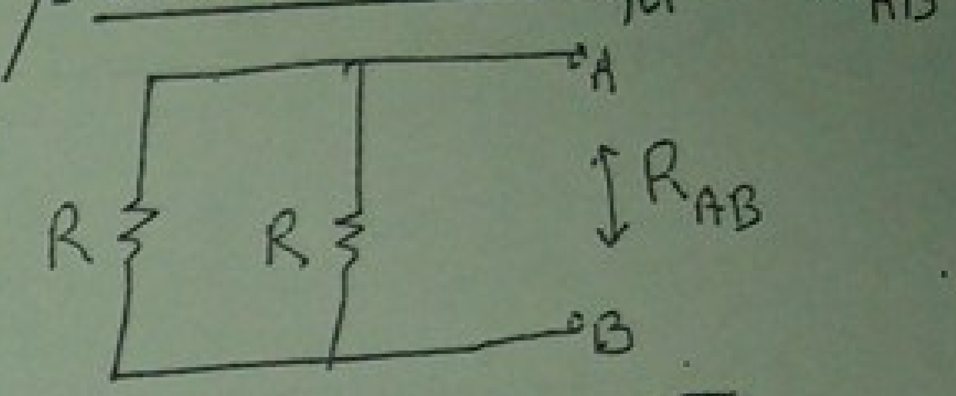
• calcul de $E_{th} = (V_A - V_B)$ à vide




(1,5)

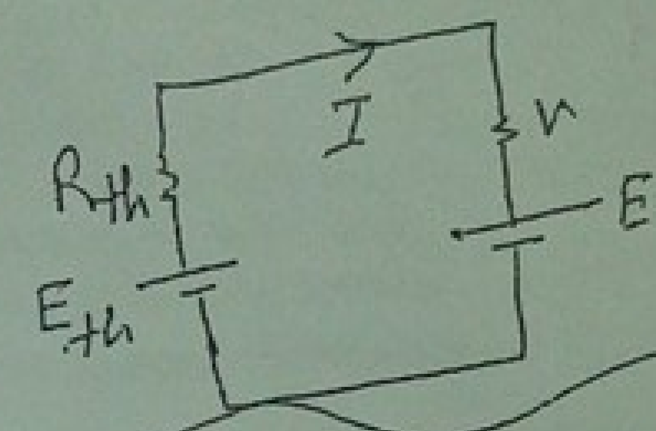
$$\boxed{E_{th} = \frac{E_1 + E_2}{2}}$$

• calcul de $R_{th} = R_{AB}$




$$\boxed{R_{th} = \frac{R}{2}}$$ (0,5)

d'où




$$I = \frac{E_{th} - E}{R_{th} + r} = \boxed{\frac{E_1 + E_2 - 2E}{R + 2r}}$$ (0,5)

2° Lois de Kirchhoff (Voir circuit en haut de la page).

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I \quad (0,5) \\ E_1 - RI_1 + RI_2 - E_2 = 0 \quad (0,5) \\ E_2 - RI_2 - rI - E = 0 \quad (0,5) \end{cases} \equiv \begin{cases} I_1 + I_2 = I \\ -E_1 + RI_1 - RI_2 + E_2 = 0 \\ -E_2 + RI_2 + rI + E = 0 \end{cases}$$

$$I_1 = \boxed{\frac{r(E_1 - E_2) + R(E_1 - E)}{2rR + R^2}}$$ (1,5)

$$I_2 = \boxed{\frac{r(E_2 - E_1) + R(E_2 - E)}{2rR + R^2}}$$ (1,5)

$$I = I_1 + I_2 = \frac{\Delta I}{\Delta} = \boxed{\frac{E_1 + E_2 - 2E}{2r + R}}$$ (1)

3° AN

$\boxed{I_1 = 1{,}75\,A}$ (0,5), $\boxed{I_2 = 0{,}25\,A}$ (0,5) et $\boxed{I = 2\,A}$ (0,5)

28

4°/ • $I_1 > 0 \Rightarrow$ $E_1$ est un générateur (0,5)

• $I_2 > 0 \Rightarrow$ $E_2$ " générateur (0,5)

• $I > 0 \Rightarrow$ $E$ " récepteur (0,5)

5°/ Puissance :

$$P_r = (V_A - V_B) I$$
$$= (E + rI) I$$
$$= EI + rI^2$$ (0,5)

AN $\boxed{P_r = 6\,W}$ (0,5)

Année Universitaire 2011/2012

Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique
-Marrakech-

**Epreuve d'électricité 1/ Filière: SMA/S2**
**Contrôle 1- lundi 16 avril 2012**
**1h30min**

**Questions de cours** (4 points)

1/ Donner les définitions des surfaces équipotentielles et des lignes de champ.

2/ Soit q une charge ponctuelle positive placée, dans le vide, en un point A.

a- Donner les expressions du champ et du potentiel électrostatiques créés par la charge q en un point M de l'espace (M≠A).

b- Préciser la nature des surfaces équipotentielles et l'allure des lignes de champ. Faire un schéma dans lequel on indiquera deux surfaces équipotentielles et une ligne de champ orientée.

**Exercice 1** (8 points)

On considère (figure 1) un demi-cercle(C,D), de centre O et de rayon R, uniformément chargé avec une densité linéique de charge constante et positive λ.

Soit q une charge ponctuelle placée en un point B comme indiqué sur la figure 1, (OB=R).

1/a- Calculer le potentiel électrostatique $V_1(O)$ créé par le demi-cercle chargé (C,D) au point O.

b- Calculer le potentiel électrostatique $V_2(O)$ créé par la charge ponctuelle q au point O

c- En déduire le potentiel électrostatique total V(O) créé au point O.

2/a- Montrer que le champ électrostatique $\vec{E}_1(O)$, créé par la distribution de charge linéique au point O, est de la forme: $\vec{E}_1(O) = \dfrac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\vec{j}$

b- Calculer le champ électrostatique $\vec{E}_2(O)$ créé par la charge ponctuelle q au point O.

c- En déduire le champ électrostatique total $\vec{E}(O)$ créé au point O.

d- Déterminer la relation entre λ et q pour que $\vec{E}(O) = \vec{0}$.

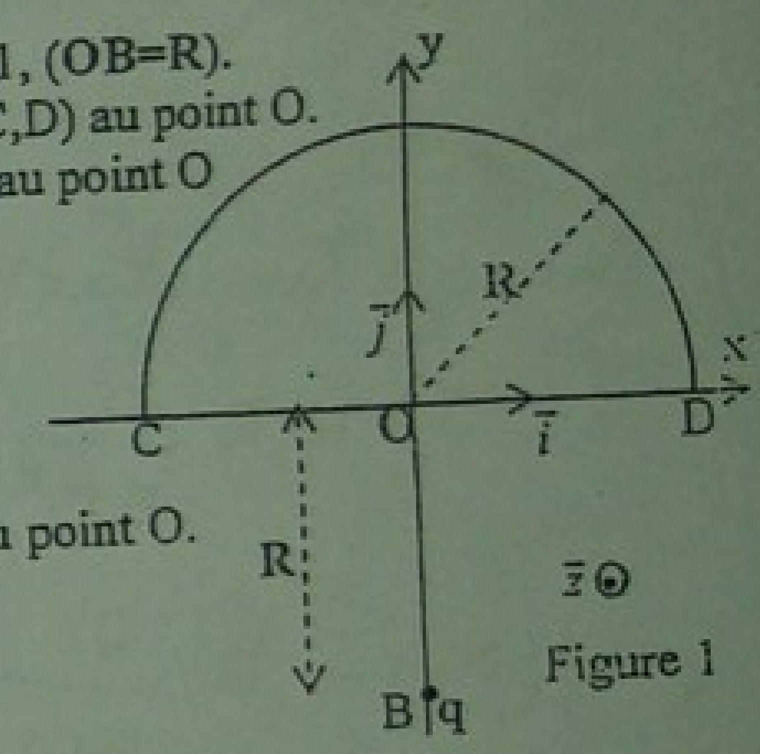


Figure 1

**Exercice 2** (8 points)

On considère (figure2) un cylindre C, infini d'axe (Oz) et de rayon $R_1$, uniformément chargé en surface avec une densité de charge surfacique constante positive σ

Un point M de l'espace est repéré par ses coordonnées cylindriques (r, φ, z) dans le repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z)$ ; (voir figure 2).

1/ En utilisant les symétries et les invariances montrer que le champ électrostatique au point M s'écrit:

$\vec{E}(M) = E(r)\ \vec{e}_r$.

2/ On veut calculer $\vec{E}(M)$ par application du théorème de Gauss:

a- Enoncer le théorème de Gauss

b- Choisir une surface de Gauss en justifiant votre choix

c- Calculer E(r) pour $r < R_1$ et pour $r > R_1$.

3/ Calculer le potentiel électrostatique V(M) pour $r < R_1$ (M à l'intérieur du cylindre C) et pour $r > R_1$ (M à l'extérieur du cylindre C).

On prendra $V(r=0) = 0$.

29

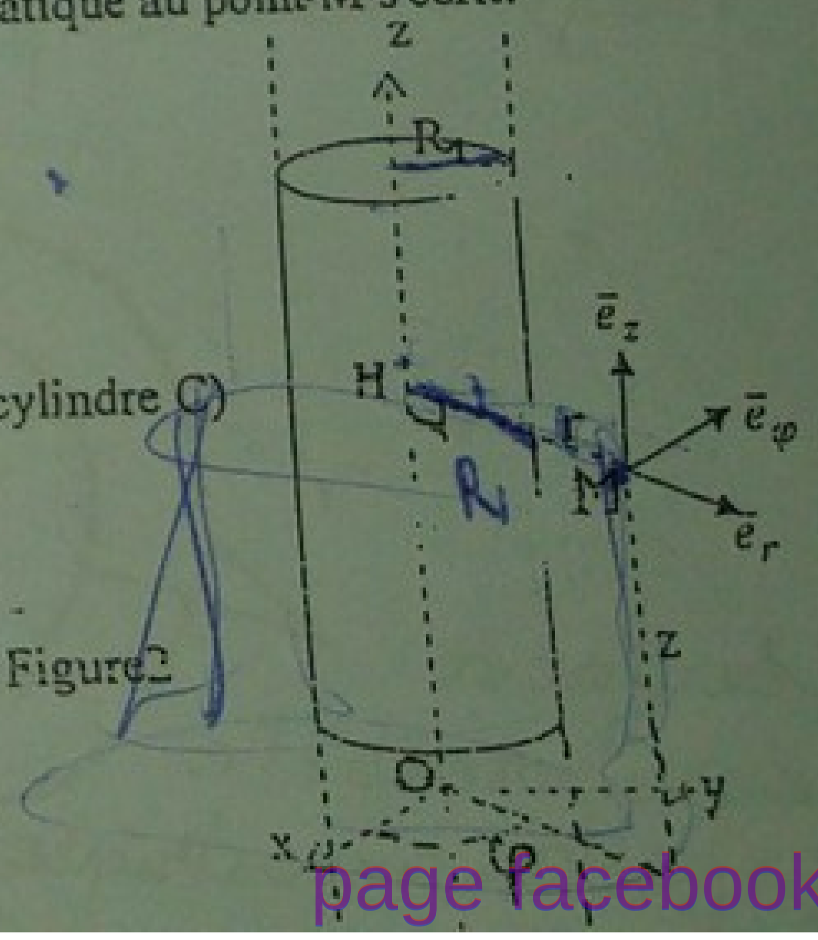


Figure2

2011/2012 1/4

# Corrigé du contrôle 1
SMA | Electricité 1.
16/04/2012

## Questions de cours

1/. des surfaces équipotentielles : surfaces sur lesquelles le potentiel est constant

ou bien : $\{M \in l'\text{espace} \,/\, V(M) = \text{constante}\}$ (0,5)

• Lignes de champ : courbe en tout point de laquelle le vecteur champ $\vec{E}$ est tangent. (0,5)

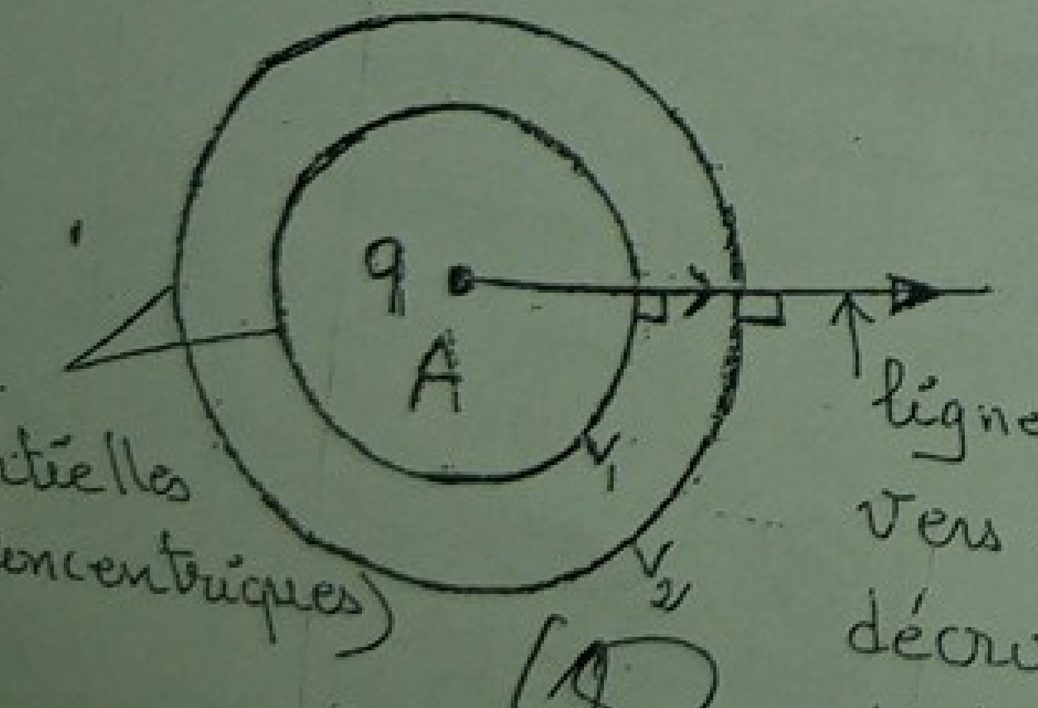
2/ charge ponctuelle $q$ positive placée en un point A :

a). $\vec{E}(M) = k\,\frac{q}{AM^2} \times \frac{\vec{AM}}{AM} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q}{AM^3}\,\vec{AM}$ (1)

• $V(M) = k\,\frac{q}{AM} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q}{AM}$ (1)

b). surfaces équipotentielles : sphères de centre A et de rayon AM. (0,5)

• Lignes de champ : droites passant par A (0,25)




(0,25)

surfaces équipotentielles (sphères concentriques)

ligne de champ orientée vers les potentiels décroissants

$V_1 > V_2$

(8)

2/4

## EXERCICE 1

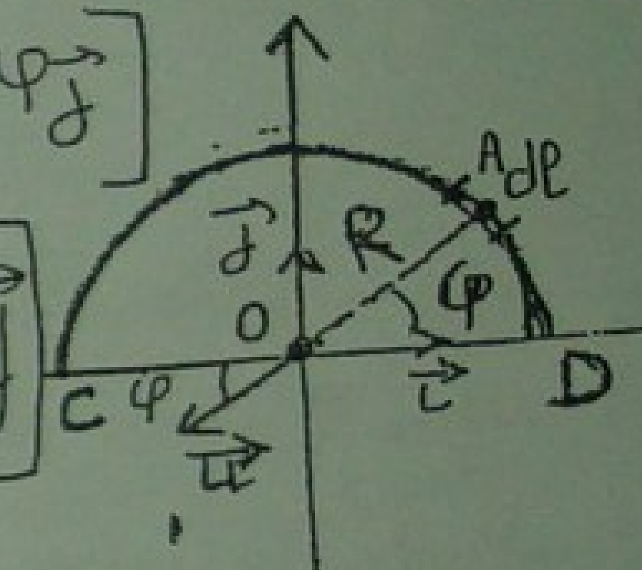
1/a • $V_1(O) = \int_{(L)} \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{1}{R\,4\pi\varepsilon_0}\int_{(L)} \lambda\, dl = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\pi R = \frac{\lambda}{4\varepsilon_0}$ (0,5) (0,5) (0,5)

ou bien : $V_1(O) = \int_L \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R} = \int_0^{\pi} \frac{\lambda R\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{\lambda}{4\varepsilon_0}$

b. $V_2(O) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q}{R}$ (1)

c. $V(O) = V_1(O) + V_2(O) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{R} + \lambda\pi\right]$ (0,5) (0,5)

2/a/ $d\vec{E}(O) = \frac{\lambda\, dl}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\,\vec{u} = \frac{\lambda R\, d\varphi}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\left[-\cos\varphi\,\vec{i} - \sin\varphi\,\vec{j}\right]$ (0,5) (0,5)




(0,5) $\vec{E}_1(O) = \frac{\lambda R}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \times \left[\left(\int_0^{\pi} -\cos\varphi\, d\varphi\right)\vec{i} + \left(\int_0^{\pi} -\sin\varphi\, d\varphi\right)\vec{j}\right]$

(0,5) $\vec{E}_1(O) = \frac{-2\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\,\vec{j} = \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\,\vec{j}$

b/ $\vec{E}_2(O) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\,\vec{j}$ (1)

c/ $\vec{E}(O) = \vec{E}_1(O) + \vec{E}_2(O) = \left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} - \frac{2\lambda R}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\right)\vec{j}$ (0,5) (0,5)

d/ $\vec{E}(O) = \vec{0}$ pour $\boxed{q = 2\lambda R}$ (0,5)

30

Symétrie :

Le plan contenant l'axe du cylindre et le point M est un plan de symétrie pour la distribution de charge $\Rightarrow \vec{E}(M)$ appartient à ce plan.

ou bien

Le plan $(M, \vec{e_r}, \vec{e_z})$ est un plan de symétrie pour la distribution de charge : $\Rightarrow \vec{E}(M) \in (M, \vec{e_r}, \vec{e_z})$

Le plan perpendiculaire à l'axe du cylindre et contenant le point M est un plan de symétrie pour la distribution de charge $\Rightarrow \vec{E}(M)$ appartient à ce plan.

ou bien

Le plan $(M, \vec{e_r}, \vec{e_\varphi})$, perpendiculaire à l'axe $Oz$, est un plan de symétrie pour la distribution de charge $\Rightarrow \vec{E}(M) \in (M, \vec{e_r}, \vec{e_\varphi})$.

donc : $\left.\begin{array}{l} \vec{E}(M) \in (M, \vec{e_r}, \vec{e_z}) \\ \vec{E}(M) \in (M, \vec{e_r}, \vec{e_\varphi}) \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{E}(M) \in$ à l'intersection des 2 plans $\Rightarrow \vec{E}(M) = E(M)\vec{e_r}$

Invariances :

La distribution de charge est invariante par rotation autour de $Oz$ et par translation selon $Oz$ : donc $E(M)$ ne dépend ni de $\varphi$ ni de $z$

d'où $\boxed{\vec{E}(M) = E(r)\,\vec{e_r}}$

10

4/4

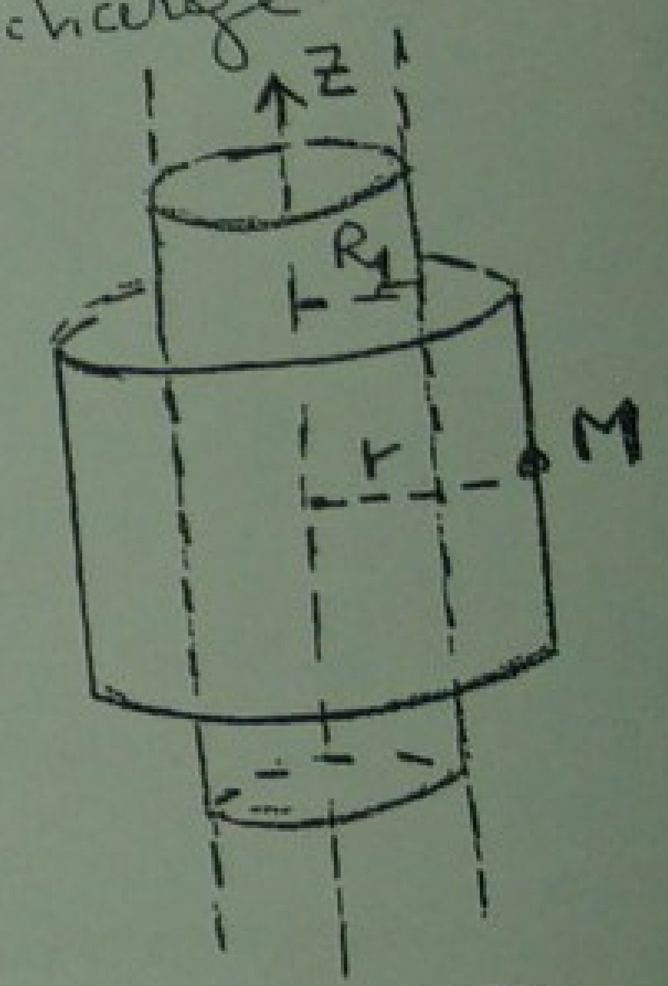
2/a- Théorème de Gauss : (0,5)

$$\oiint_{(S)} \vec{E} \cdot \vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

ou bien :

"Le flux sortant du champ électrique à travers une surface fermée, orientée et quelconque, est égal, dans le vide, au produit par $\left(\frac{1}{\varepsilon_0}\right)$ de la somme algébrique des charges placées à l'intérieur de la surface fermée"

b- Surface de Gauss : cylindre de rayon r, d'axe $Oz$, et de hauteur h qui présente la même symétrie cylindrique que la distribution de charge. (1)




c. $\Phi_{sortant} = \oiint_{(S)} \vec{E}(M) \cdot \vec{dS}$ (0,5)

$= E \times 2\pi r h$.

* $r > R_1$ : $E(r) \times 2\pi r h = \frac{\sigma \times 2\pi R_1 h}{\varepsilon_0}$ (0,5)

$\Rightarrow E(r) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \times \frac{R_1}{r}$ (0,5)

soit $\vec{E}(M) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \frac{R_1}{r} \vec{e_r}$

* $r < R_1$ : $Q_{int} = 0$ $E(r) = 0$ soit $\vec{E} = \vec{0}$ (0,5)

3/ * $r < R_1$ $E = 0$ et $V = cste_1$ (0,5)

or $V(r=0) = 0$ d'où $\boxed{V = ste_1 = 0.}$ (0,25) $V = 0$ (0,5)

* $r > R_1$ $\left\{ E(r) = -\frac{dV}{dr} \Rightarrow dV = -E(r)\,dr = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \times \frac{R_1}{r} dr \right.$

$\Longrightarrow V(r) = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0} R_1 \ln r + ste_2$ (0,5)

Le potentiel est une fonction continue : $V(r = R_1) = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0} R_1 \ln$ =

cste $= R\sigma \ln R_1$ ; d'où $V(r) = \frac{\sigma}{} R_1 \ln \frac{R_1}{}$ (0,25)

Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique
Marrakech

Année universitaire 2011/2012

Contrôle 2 -Electricité I
SMA / S2 - Durée : 1h30min

## Exercice 1

On considère une sphère conductrice S de centre O et de rayon R contenant une cavité sphérique de centre O' (figure 1). La sphère conductrice S, isolée et neutre, a un potentiel initial nul.
On place au voisinage de la sphère conductrice S une charge positive Q en un point O" telle que la distance $OO" = d$, avec $d > R$ (voir figure 1).

1- Décrire la répartition des charges à la surface de la sphère S.
Faire un schéma et représenter les lignes de champ.
2- Déterminer le champ électrostatique dans la cavité. Justifier la réponse
3- Déterminer le potentiel V(M), au point M de la sphère conductrice S (figure1), en fonction de Q, R, d et $\varepsilon_0$. En déduire le potentiel $V_{cavité}$ dans la cavité.

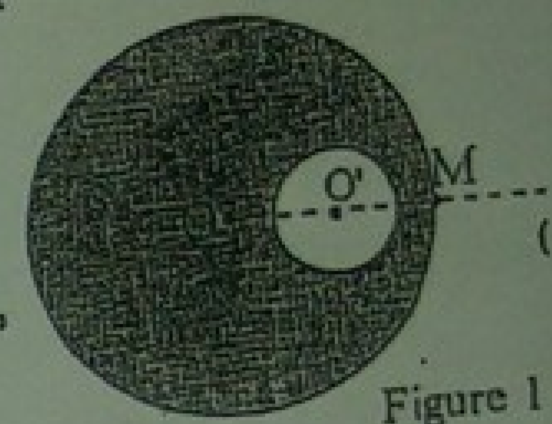


Figure 1

## Exercice2

Le circuit électrique de la figure 2 est alimenté par un générateur de force électromotrice $E = 750V$. Ce circuit constitué d'une résistance R et de deux résistances $R_0$ ($R_0 = 0,10\ \Omega$) est parcouru par un courant d'intensité I. La puissance reçue par la résistance R est $P = 200$ kW.

1- Montrer que l'intensité du courant I vérifie l'équation : $I^2 - \frac{E}{2R_0}I + \frac{P}{2R_0} = 0$

2-a Déterminer les valeurs possibles de I.
2-b Calculer, pour la plus petite valeur de I :
i) la puissance $P_J$ dissipée par effet joule dans le circuit
ii) la puissance $P_f$ fournie par le générateur E. Conclure

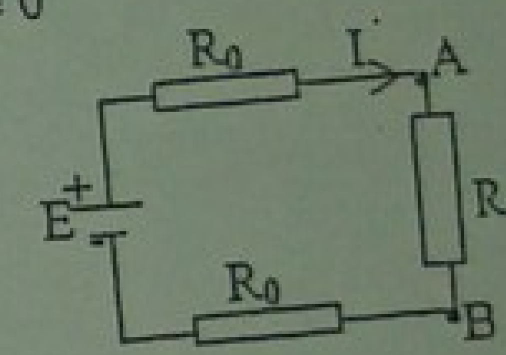


Figure 2

## Exercice3

1- Enoncer le théorème de Thevenin
2- En appliquant le théorème de Thevenin, déterminer l'intensité du courant $I_1$ traversant le dipôle constitué de $E_2$ et $R_2$ (figure 3-a).
On donne: $E = 15$ V, $R_0 = 80$ kΩ, $R_1 = 20$ kΩ, $R = 24$ kΩ, $E_2 = 12$ V, $R_2 = 10$ kΩ
3- Le circuit électrique de la figure 3-b est obtenu à partir de celui de la figure 3-a par ajout d'une résistance $R_3 = 5$ kΩ. Déterminer l'intensité du courant $I_2$ traversant le dipôle constitué de $E_2$ et $R_2$.

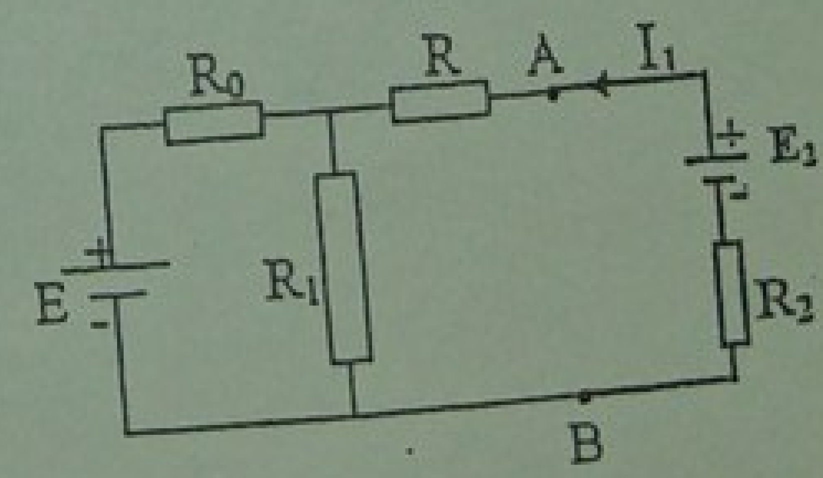


Figure3-a

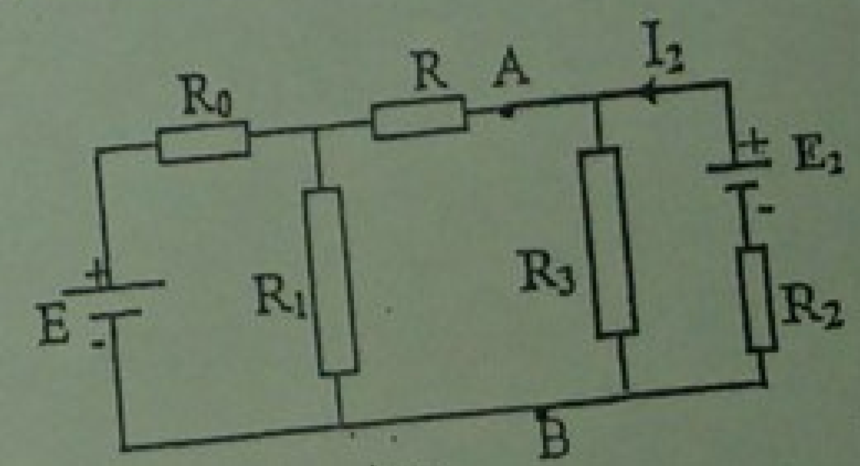


Figure3-b

(3e)

Corrigé de l'épreuve d'électricité I: SMA / Semestre2 /Contrôle 2- 11juin 2012

Exercice 1 *( 6 points )*

1) Répartition des charges à la surface de la sphère *(1 point pour le commentaire et 1 point pour le schéma )*

La charge $Q>0$ située au voisinage de la sphère conductrice va modifier par influence la répartition des charges à la surface de celle-ci. On va donc avoir une accumulation de charges (–) sur la surface proche de la charge $+Q$. On va aussi observer une accumulation de charges (+) sur la face opposée de la sphère.

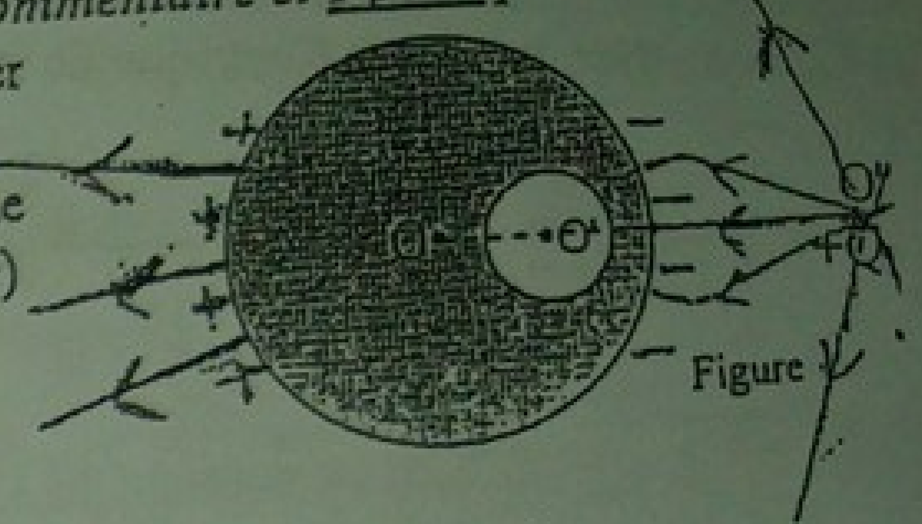


Figure 1

2) Champ $\vec{E}$ dans la cavité

Le champ électrique est nul dans la cavité. *(1 point)*

Justification *(1 point)* :

Le champ dans la sphère conductrice est nul , le potentiel y est donc constant. Comme il n'y a pas de charges dans la sphère ni dans la cavité, le potentiel est constant partout, y compris dans la cavité.

3) Potentiel dans la cavité

La sphère conductrice était initialement à un potentiel nul. Celui-ci est modifié par la présence de la charge $Q$, le potentiel au point M est donc égal: $V(M) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 O''M}$ *(1 point)*

OO" = OM + MO" = d (les points O, M et O" sont alignés) $\Rightarrow$ O"M = OO" – OM = d – R

D'où : $V(M) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0(d-R)}$ *(0,5 point)*

La surface de la sphère conductrice est une équipotentielle ( V=cste = V(M)).

Comme le potentiel est constant en tout point de la sphère conductrice et dans la cavité :

$V\text{cavité} = V(M) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0(d-R)}$ *(0,5 point)*

Exercice 2 *( 6,5 points)*

1) *(2 points)* que l'on peut détailler suivant la démarche entreprise

Par exemple:

La puissance reçue par la résistance $P= R I^2$. *0,5 point*

La loi de maille : $E - RI - 2R_0 I = 0$ *0,5 point*

$R=\dfrac{E-2R_0 I}{I}$ *0,5 point*

$P = \dfrac{E-2R_0 I}{I} I^2$ *0,5 point* donc $I^2 - \dfrac{E}{2R_0} I + \dfrac{P}{2R_0} = 0$

2-a les valeurs possibles de I sont les solutions réelles ( *1 point* ) de : $I^2 - \dfrac{E}{2R_0} I + \dfrac{P}{2R_0} = 0$

C'est-à-dire de : $I^2 - 3750\, I + 10^6 = 0$ *1 point*

L'équation admet deux racines réelles positives:

$\dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{3750 \pm \sqrt{10{,}06}\,10^3}{2}$ *0,5 point* d'où I ≈ 289 A *0,25 point* ou I ≈ 3461 A *0,25 point*

2-b i) La puissance $P_J$ dissipée par effet joule dans le circuit: $P_J = 2R_0 I^2 + P$ *0,5 point* ce qui donne $P_J \approx 216{,}7$ kW *0,25point*

2-b ii) La puissance fournie par le générateur $P_f = EI$ *0,25 point* ≈ 216,7 kW *0,25 point*

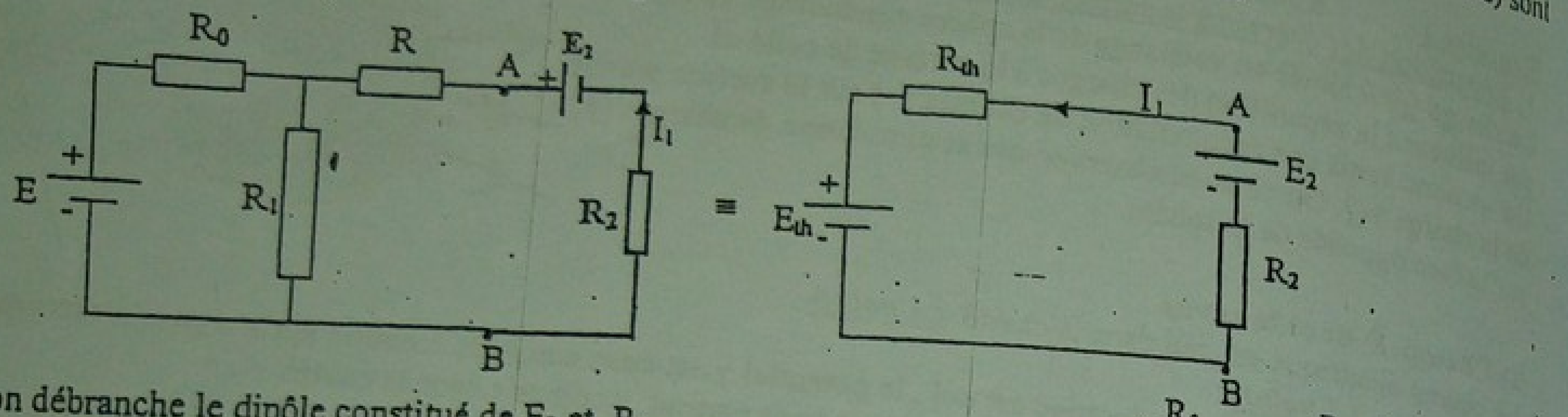
La puissance fournie par le générateur est dissipée par effet Joule dans les résistances et presque entièrem

dans la résistance R *0,25 point*.

**Exercice 3** (7,5 points)

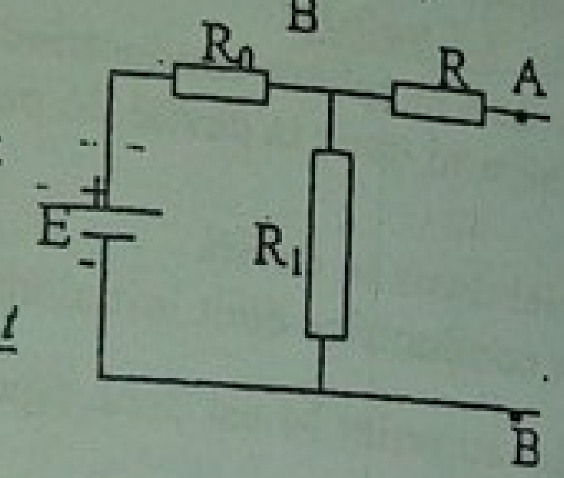
1) Enoncé du théorème de Thevenin : "Un dipôle linéaire actif pris entre deux points A et B est équivalent à un générateur de Thevenin dont la force électromotrice $E_{th}$ est la d.d.p. mesurée entre A et B en circuit ouvert et la résistance interne $R_{th}$ est la résistance équivalente entre A et B quand tous les générateurs (et/ou récepteurs) sont remplacés par leurs résistances internes". Ou tout autre énoncé équivalent——*1point*

2) On considère le circuit électrique de la figure 3-a




* on débranche le dipôle constitué de $E_2$ et $R_2$.

* on détermine les caractéristiques du générateur de Thevenin équivalent entre A et B:



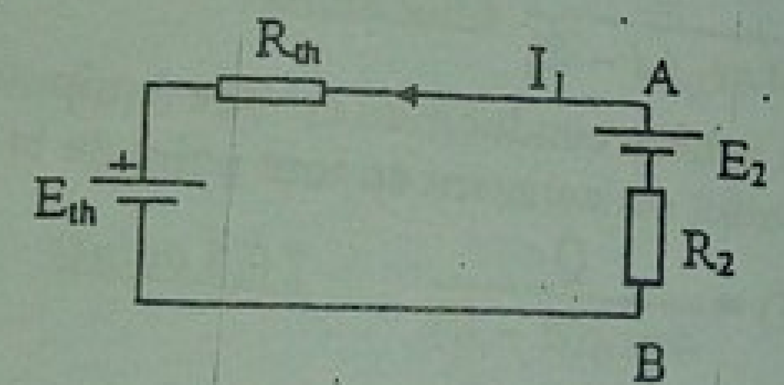

$\rightarrow E_{th} = (V_A - V_B)_{\text{Circuit ouvert}} = E\dfrac{R_1}{R_0 + R_1}$ *1point* *AN*: $E_{th} = 3$ V *0,5point*

$\rightarrow R_{th} = R + \dfrac{R_0 R_1}{R_0 + R_1}$ *1point* *AN*: $R_{th} = 40$ kΩ *0,5point*

* on branche le dipôle constitué de $E_2$ et $R_2$ entre A et B.

Loi de Pouillet: $I_1 = \dfrac{E_2 - E_{th}}{R_2 + R_{th}}$ *1point*

AN: $I_1 = 0{,}18$ mA *0,5point*



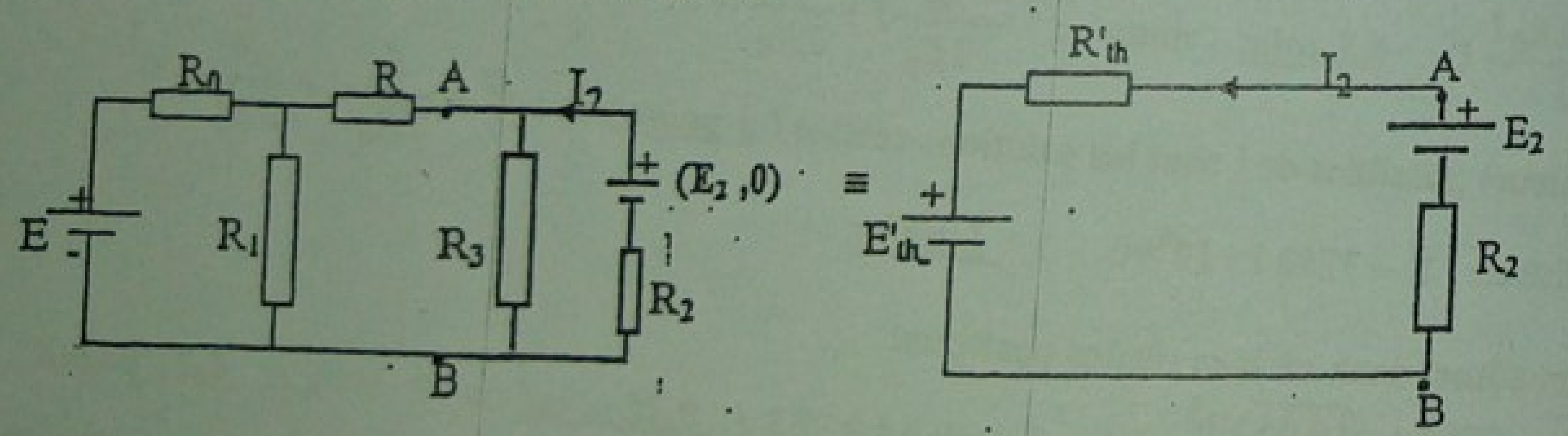

3) Figure3-b

On pourra, à nouveau, considérer le théorème de Thevenin entre A et B ou utiliser *une autre méthode* pour calculer le courant $I_2$ .

*1 points pour le détail de la méthode*.

*1 point pour le résultat numérique*

Par exemple si on utilise le théorème de Thevenin:




avec $E'_{th} = E_{th}\dfrac{R_3}{R_{th} + R_3}$ et $R'_{th} = \dfrac{R_{th}R_3}{R_{th} + R_3}$ et $I_2 = \dfrac{E_2 - E'_{th}}{R_2 + R'_{th}}$

*Toutes méthodes confondues*, on obtient $I_2 \approx 0{,}81$ mA


Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique
Marrakech


Année Universitaire 2011/12

**Epreuve d'Electricité1**

**Filière : SMPC Semestre 2**

**Contrôle de rattrapage (Durée : 1h30')**

**Exercice 1**

Soit un conducteur sphérique (A) de centre O, de rayon $R_1$ et portant la charge Q>0. Le conducteur (A) est supposé en équilibre électrostatique.

1. Comment est répartie la charge Q dans le conducteur (A) et avec quelle densité ?
2. Quel est le champ au voisinage du conducteur (A)? Justifier votre réponse.
3. Par des considérations de symétrie et d'invariance, montrer que le champ $\vec{E}$ créé par le conducteur (A), en un point M quelconque, est radial (porté par $\vec{e}_r$), et que son module ne dépend que de r ($r = OM$).
4. Par application du théorème de Gauss, déterminer le champ $\vec{E}$ en tout point M de l'espace.
5. En déduire le champ au voisinage du conducteur et le comparer à celui trouvé dans la question2.

Un autre conducteur (B) sphérique et creux, de rayon interne $R_2$ et externe $R_3$ ($R_1<R_2<R_3$) initialement neutre, entoure le premier conducteur (A) (qui porte toujours la charge Q).

6.Quelle est la charge $Q_B$ de (B) et comment est elle répartie ? Justifier votre réponse.

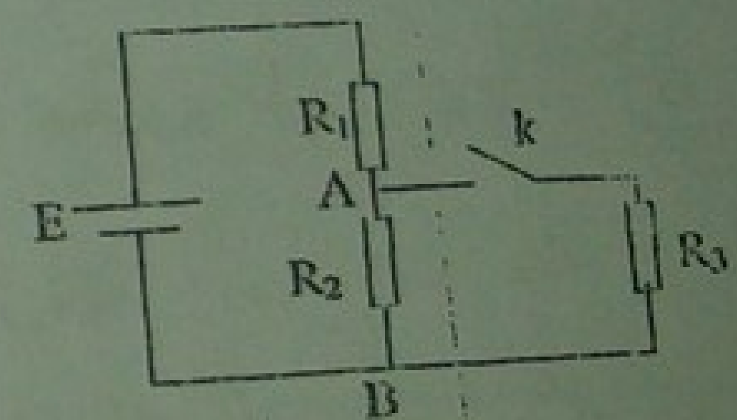
7.On met le conducteur (B) au sol :

a- Quelle est la nouvelle charge $Q'_B$ de (B) et comment est elle répartie ? Justifier votre réponse.

b- Quel est le potentiel $V_B$ du conducteur (B) ?

**Exercice 2**

Soit le circuit de la figure ci-contre où k est un interrupteur :




1 – k étant **ouvert**, déterminer :

a- le courant I débité par le générateur.

b- la différence de potentiel $\Delta V = V_A - V_B$.

c- les courants $I_2$ et $I_3$ circulant respectivement dans les résistances $R_2$ et $R_3$.

2 – k étant **fermé**, déterminer :

a- le courant I' débité par le générateur.

b- la d. d. p. $\Delta V' = V'_A - V'_B$.

c- en déduire les courants $I'_2$ et $I'_3$ circulant respectivement dans les résistances $R_2$ et $R_3$.

3- Retrouver le courant $I'_3$ par application du théorème de Thevenin.

SMPC – S2 (Juin 2012)

**Ex 1//**

1) (A) est en équilibre $\Rightarrow Q$ est répartie en surface avec la densité $\sigma = \dfrac{Q}{4\pi R_1^2}$ (0,5pt) (0,5pt)

2) D'après le théo de Coulomb, le champ au voisinage de (A) est : $\vec{E} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_1^2}\vec{e}_r \quad (\vec{n} = \vec{e}_r)$ (1pt)

3) * $\forall$ le pt M de l'espace, l'axe OM est un axe de symétrie $\Rightarrow \vec{E}(M)$ est porté par cet axe $\Rightarrow \vec{E}(M)$ est porté par $\vec{e}_r$ (0,5pt)

* La rotation de (A) autour de n'importe quel axe de la sphère ne modifie pas la distribution de charge $\Rightarrow E$ ne dépend ni de $\varphi$ ni de $\theta$ $\Rightarrow \vec{E} = E(r)\,\vec{e}_r$ (0,5pt)

4) On choisit comme surface de Gauss $\Sigma$, la sphère de centre O et de rayon $r = OM$ $\Rightarrow \oint\!\!\oint_\Sigma \vec{E}\cdot\vec{dS} = \oint\!\!\oint_\Sigma E\,dS = ES = E\,4\pi r^2 = \dfrac{Q_i}{\varepsilon_0}$ (0,5pt) (1pt)

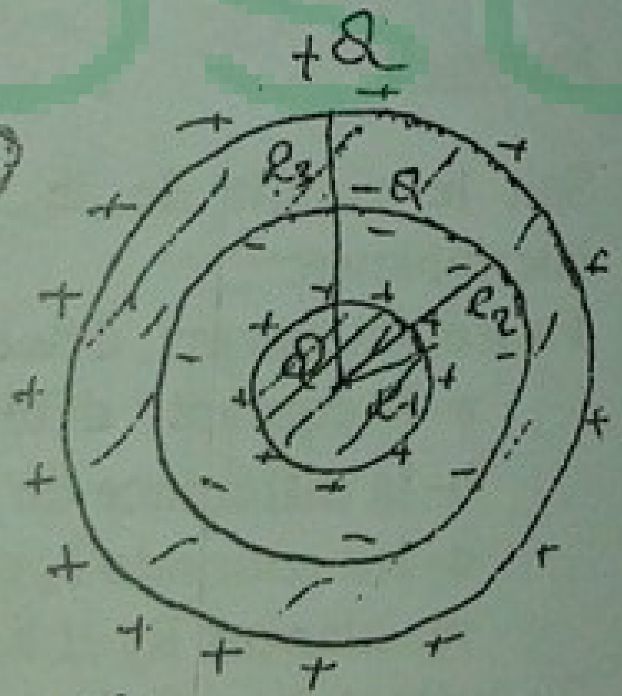
si $r < R_1$ : $Q_i = 0 \Rightarrow \vec{E} = \vec{0}$ (0,5pt)

si $r > R_1$ : $Q_i = Q \Rightarrow \vec{E} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$ (0,5pt)

5) au voisinage de (A) $r \to R_1 \Rightarrow \vec{E} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_1^2}\vec{e}_r = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{e}_r$ (1pt)

qui est bien le résultat trouvé en 2).

6) (B) est neutre et isolé $\Rightarrow Q_B = 0$ (0,5pt)



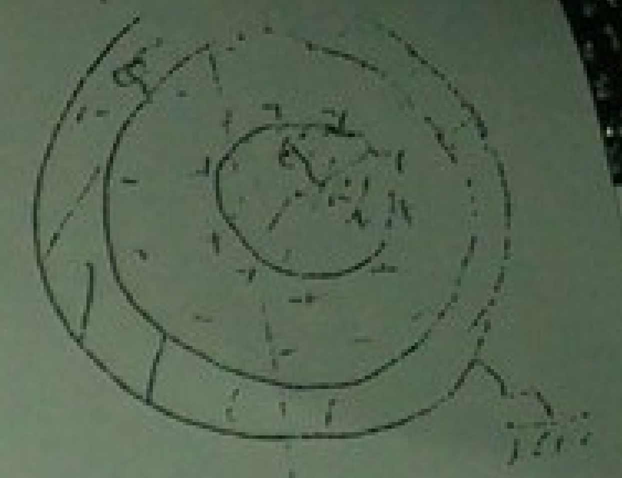

les surfaces $S(R_1)$ et $S(R_2)$ sont en regard

$\Rightarrow$ d'après le théo des éléments correspondants

$Q_{B_{int}} = -Q(R_2) = -Q$ (0,5pt) $\Rightarrow Q_{B_{ext}} = Q_B - Q_{B_{int}} = +Q$ (0,5pt)

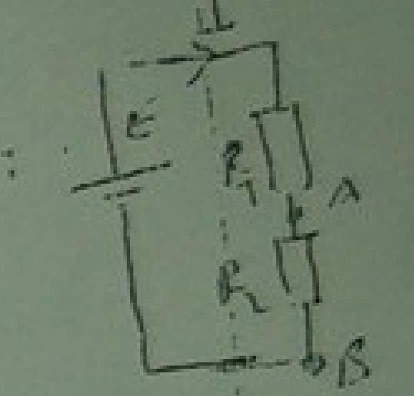
7) a- On met (B) au sol $\Rightarrow$ les $e^-$ du sol compensent les charges $\oplus$ de la surface externe de (B) (0,5pt)

$\Rightarrow Q'_B = -Q$ qui est répartie sur la surface interne de (B) (0,5pt) (0,5pt)



b- B au sol $\Rightarrow V_B = 0$ (0,5pt)

**Ex 2//** 1- K ouvert : le circuit est équivalent à :



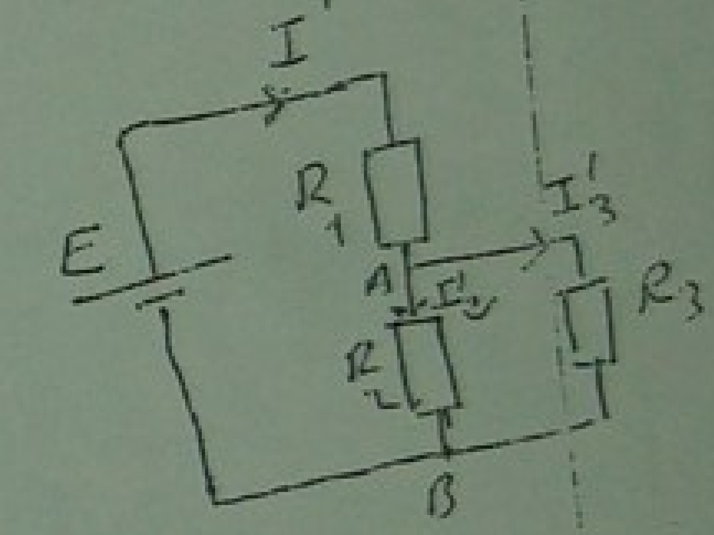

a- D'après la loi de Pouillet : $I = \dfrac{E}{R_1 + R_2}$ (0,5pt)

b- $\Delta V = V_A - V_B = \dfrac{R_2 E}{R_1 + R_2}$ (règle du pont diviseur de tension) (1pt)

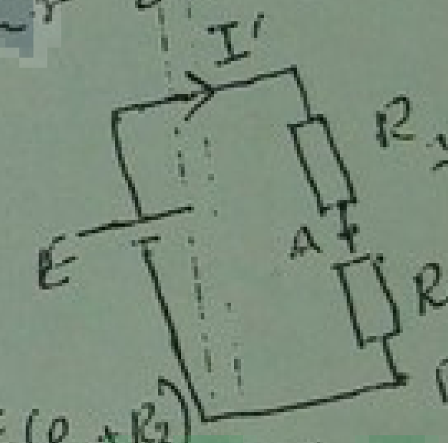
ou bien : $\Delta V = R_2 I = \dfrac{R_2 E}{R_1 + R_2}$

c- $I_2 = I = \dfrac{R_2 E}{R_1 + R_2}$ (0,5pt) et $I_3 = 0$ (0,5pt)

2- K fermé le circuit devient :




qui est équivalent à




$R' = R_2 /\!/ R_3 = \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$

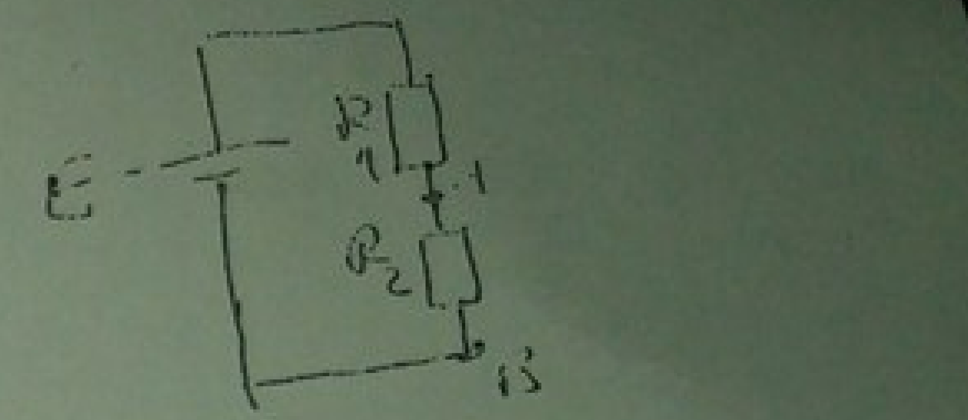
a- $I' = \dfrac{E}{R_1 + \dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3}} = \dfrac{E(R_2+R_3)}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}$ (1,5pt)

b- $\Delta V' = V'_A - V'_B = R' I' = \dfrac{R_2R_3}{(R_2+R_3)} \cdot \dfrac{E(R_2+R_3)}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3} = \dfrac{R_2R_3\,E}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$ (1pt)

c- $\Delta V' = V'_A - V'_B = R_2 I'_2 \Rightarrow I'_2 = \dfrac{\Delta V'}{R_2} = \dfrac{R_3 E}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$ (1pt)

de même $I'_3 = \dfrac{\Delta V'}{R_3} = \dfrac{R_2 E}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$ (1pt)

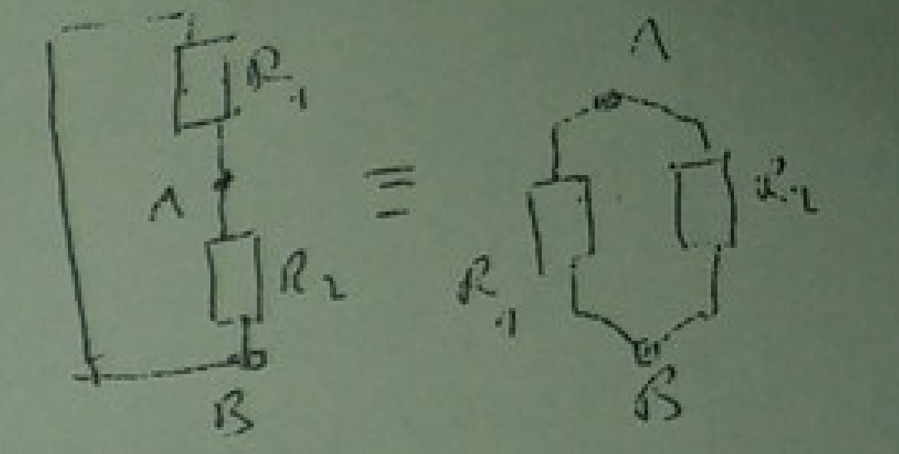
B-) On enlève la résistance $R_3$ :




$E_{th} = (V_A - V_B)_{\text{à vide}} = \Delta V$ (question 1.b)

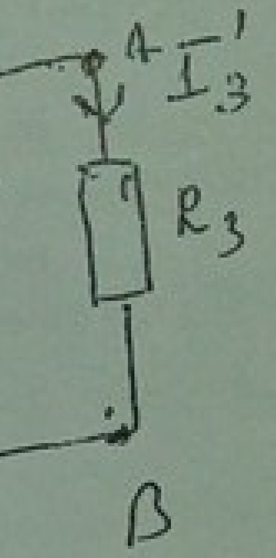
1pt $\Rightarrow E_{th} = \frac{R_2 E}{R_1 + R_2}$

ensuite on court-circuite E $\Rightarrow$




1pt $\Rightarrow R_{th} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

on remet la résistance $R_3$ aux bornes du générateur de Thevenin




d'où $I'_3 = \frac{E_{th}}{R_{th} + R_3} = \frac{\frac{R_2 E}{R_1 + R_2}}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3}$

$\Rightarrow I'_3 = \frac{R_2 E}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$ 1pt

Report des notes le Vendredi 22/06/2012

à la salle Apogee

Année Universitaire 2010/11

Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique
Marrakech

**Epreuve d'Electricité**
**Filières : SMP-SMC-SMA Semestre 2**
**1^er contrôle (Durée : 1h30')**

**Questions de Cours** 4 pts

1- Enoncer le théorème de Gauss 1 pt

2- Démontrer que $div\vec{E}(M)=\dfrac{\rho(M)}{\varepsilon_0}$, En déduire l'équation de Poisson et l'équation de Laplace, 1,5 1 0,5

**Exercice I** 4 pts

Déterminer la charge totale portée par chacune des distributions ci-dessous :

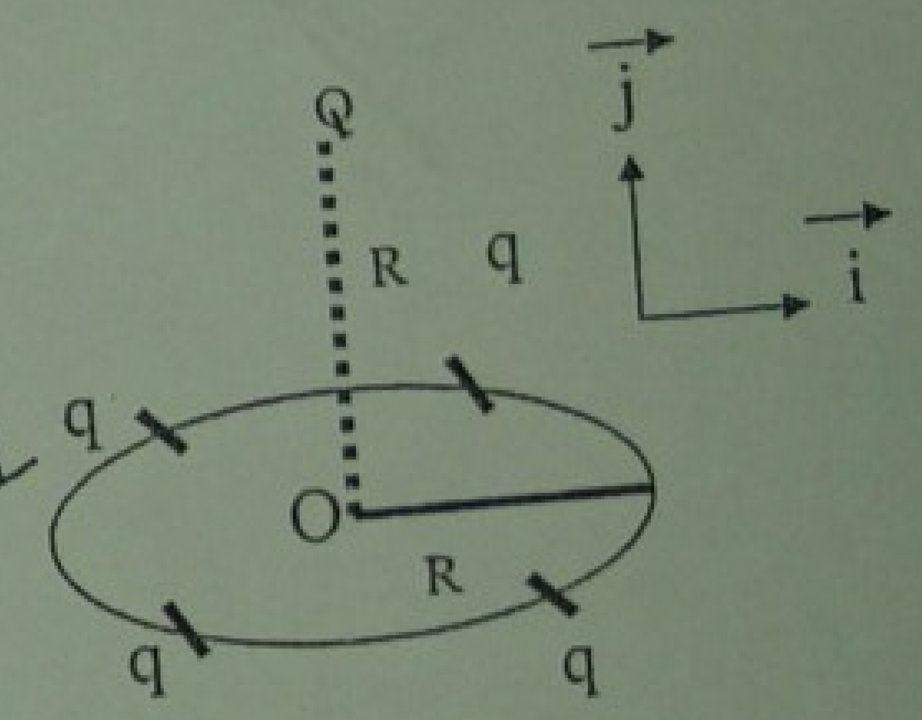
a- fil chargé de longueur L et de densité $\lambda$ avec $\lambda(\ell) = a\ell + b$ où a et b sont des constantes positives. 1 pts

b- disque de centre O, de rayon R et d'épaisseur négligeable, de densité surfacique σ avec $\sigma(r) = \dfrac{A}{\sqrt{R^2+r^2}}$ (r rayon variant de 0 à R, et on rappelle que $\int \dfrac{x\,dx}{\sqrt{x^2+b^2}} = \sqrt{x^2+b^2}$ ) 2 pts

c- sphère de rayon R uniformément chargée en volume avec une densité volumique ρ. 1 pts

**Exercice II :** 6 pts

Quatre (4) charges ponctuelles identiques q > 0 sont placées et espacées régulièrement le long d'un cercle de centre O et de rayon R. Une charge Q est située sur l'axe du cercle à une distance R du plan du cercle. (voir figure)




1-a) Déterminer la force $\vec{F}_{qQ}$ exercée par une des charges q sur la charge Q 1

~~1-b) Ecrire la force $\vec{F}_{qQ}$ sur la base ( $\vec{i}, \vec{j}$ )~~

2- En utilisant la symétrie de la distribution de charges, Déterminer la force résultante $\vec{F}_R$ exercée par les quatre charges sur la charge Q

3- Que devient la force $\vec{F}_R$ si la charge Q est placée au centre O du cercle

4- Calculer le module des forces $\vec{F}_{qQ}$ et $\vec{F}_R$ pour q = 4 $10^{-6}$ C, Q = 5 $10^{-3}$ C et R = 3 m

On donne $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\ 10^9\ N\,m^2/C^2$

**Exercice III** 6 pts

A- On considère une spire circulaire de centre O, de rayon R, d'axe OX, uniformément chargée avec une densité linéique λ positive.

1) Déterminer le potentiel V(M), crée par la spire en un point M de son axe tel que OM = x,
On prendra $V(x=\infty)=0$ $Volt$ (potentiel nul à l'infini)

Tournez la page SVP

37

2) Déterminer le champ électrostatique élémentaire $d\vec{E}(M)$ crée par un élément de longueur $d\ell$ de la spire, en déduire le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ crée par la spire au point M

B- On considère maintenant deux spires, identiques de mêmes rayon R chargées avec une même densité linéique $\lambda$ positive et uniforme, placées telles que $O_1O = OO_2 = a > 0$ (voir la figure 1).

1) Déterminer le champ électrostatique au point M de l'axe Ox repéré par son abscisse x

2) En déduire le champ au point O, O1 et O2.

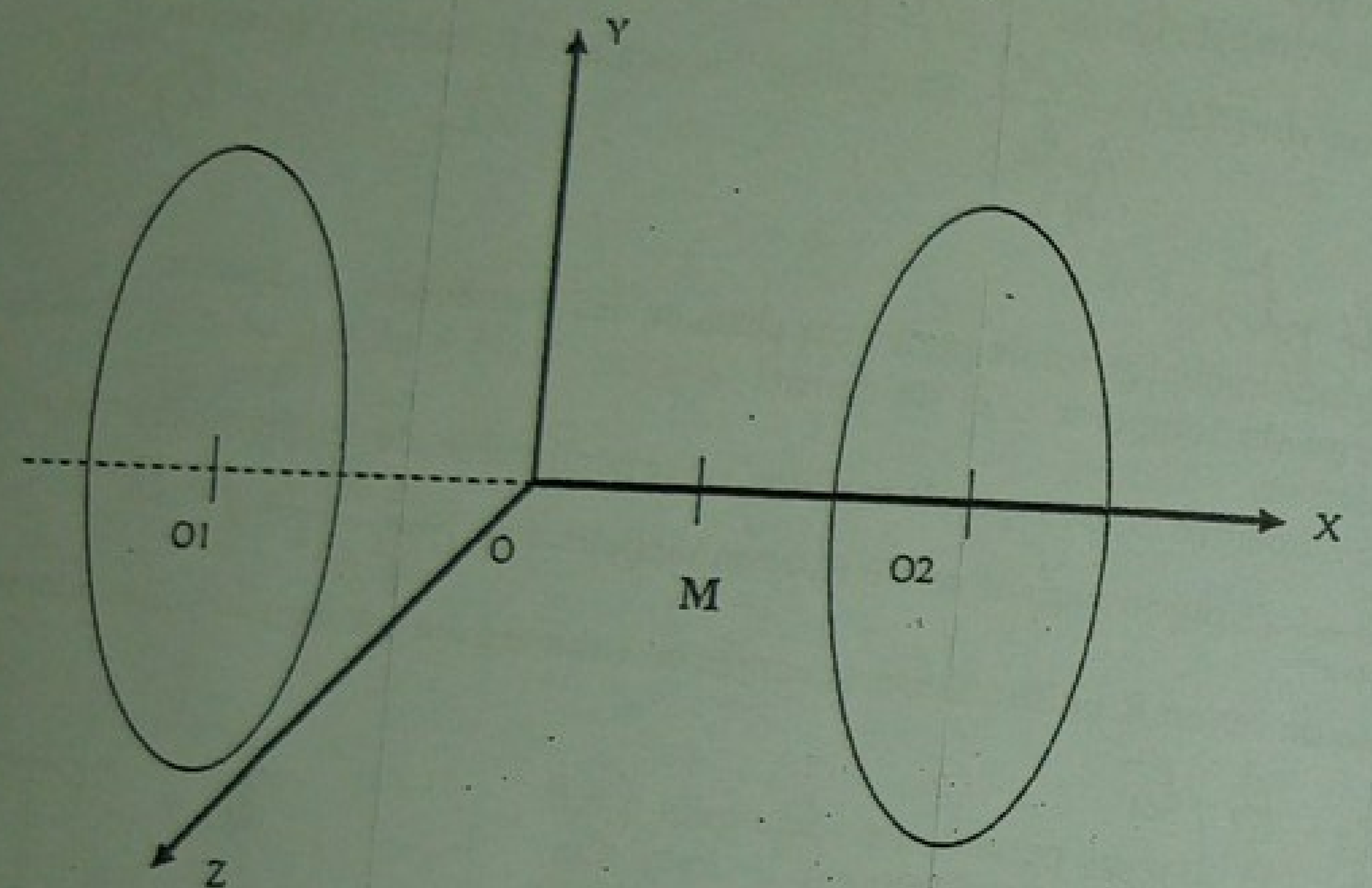



Figure 1

Lahrouni


UNIVERSITE CADI AYYAD
FACULTE DES SCIENCES SEMLALIA
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
MARRAKECH


ANNEE 2010-2011

## 2ème Contrôle d'électricité-I
**Module de physique-2 : SMPC-SMA**
**Durée 1h 30min**

**Exercice-I**

A/ Une sphère conductrice $S_0$ de rayon $R_0$ est placée dans la cavité sphérique d'une grande sphère conductrice S de rayons intérieur $R_1$ et extérieur $R_2$. Les deux sphères sont initialement chargées et isolées. La sphère $S_0$ porte la charge $Q_0$ positive et la sphère S porte la charge Q, ( $R_0 < R_1 < R_2$ ).

1°/ Quelle est la nature de l'influence entre les deux conducteurs ? Justifier votre réponse.

2°/ Décrire à l'aide d'un schéma la répartition des charges sur les surfaces des deux sphères à l'équilibre électrostatique.

3°/ Déterminer les expressions des potentiels, $V_0$ de la sphère $S_0$ et V de la sphère S.

4°/ En déduire l'expression de la capacité **C** du condensateur ainsi formé.

5°/ Calculer la valeur de la capacité C. On donne ( $1/4\pi\varepsilon_0$ ) = $9.10^9$ $Nm^2/C^2$ , $R_0 = 0{,}1$ m , $R_1 = 0{,}2$ m et $R_2 = 0{,}3$ m

6°/ a/ Donner l'expression de l'énergie W du condensateur précédent.

b/ Trouver la valeur de l'énergie si $Q_0 = 4{,}44\ 10^{-11}$ C.

**B/** On relie la surface extérieure de la sphère S au sol.

a/ Donner la nouvelle répartition des charges sur les surfaces des sphères.

b/ Déterminer les nouveaux potentiels $V'_0$ et V' des deux sphères.

**C/** A partir de l'état d'équilibre électrostatique de la partie A/, on relie par un fil conducteur les surfaces de rayon $R_0$ et $R_1$.

a/ Que devient le système formé par les deux sphères.

b/ Donner la nouvelle répartition des charges.

c/ Donner le potentiel du système.

**Exercice-II**

On considère le circuit de la figure-1 ci-dessous.

1°/ a/ Déterminer les expressions des courants $I_1$ , $I_2$ et $I_3$ en appliquant les lois de Kirchhoff.

b/ Calculer les valeurs des courants $I_1$, $I_2$ et $I_3$, pour: $E_1 = 4V$, $E_2 = 1V$, $E_3 = 2V$ et $R = 1\Omega$.

2°/ En déduire le fonctionnement ( générateur ou récepteur ) de $E_1$, $E_2$ et $E_3$ .

3°/ On remplace $E_3$ par une résistance $R_0$ , Figure-2 ; déterminer l'expression du courant $I_0$ qui traverse $R_0$ , en appliquant le théorème de Thévenin.

4°/ Déterminer les expressions des courants $I_{11}$ , $I_{12}$ et $I_0$ dans les différentes branches du circuit, en appliquant les lois de Kirchhoff.

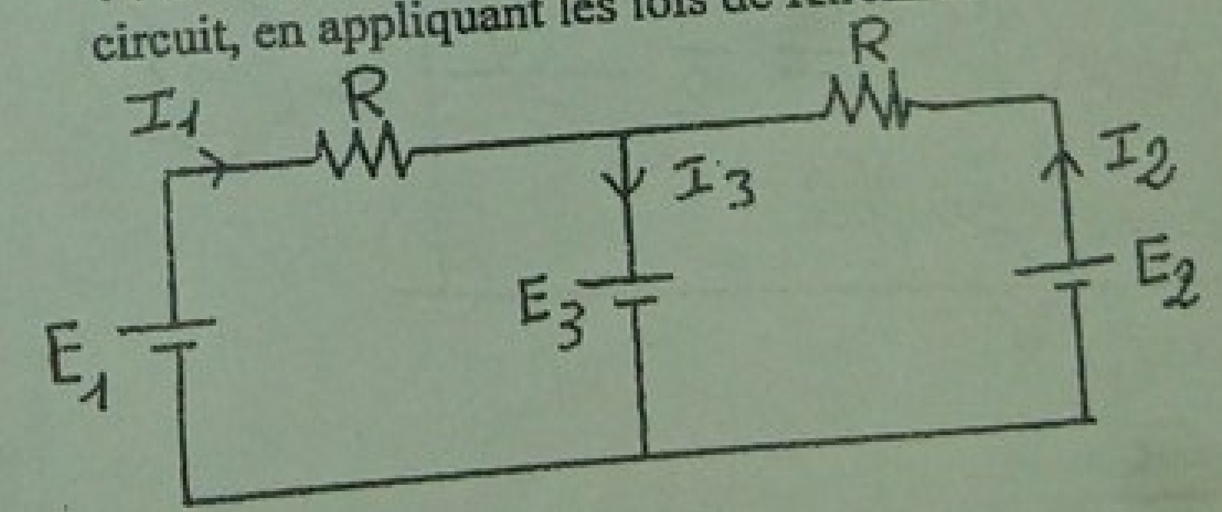



Fig. 1

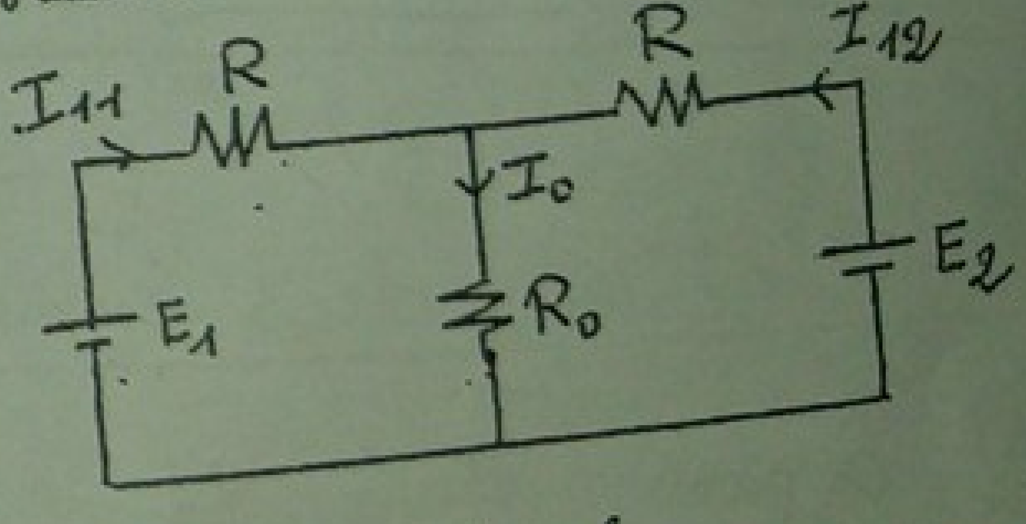


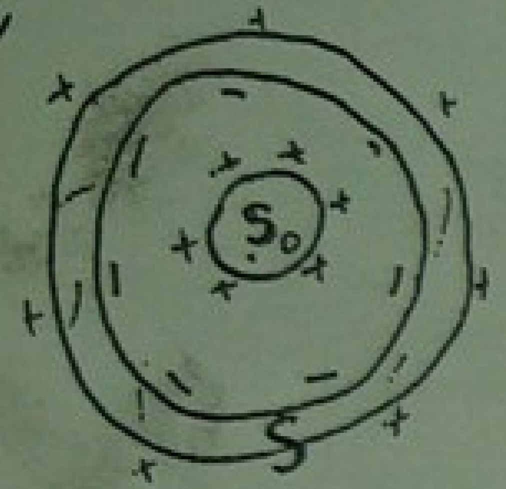

Fig. 2

Corrigé du Contrôle - 2 ; Elec-I ; 2010-2011

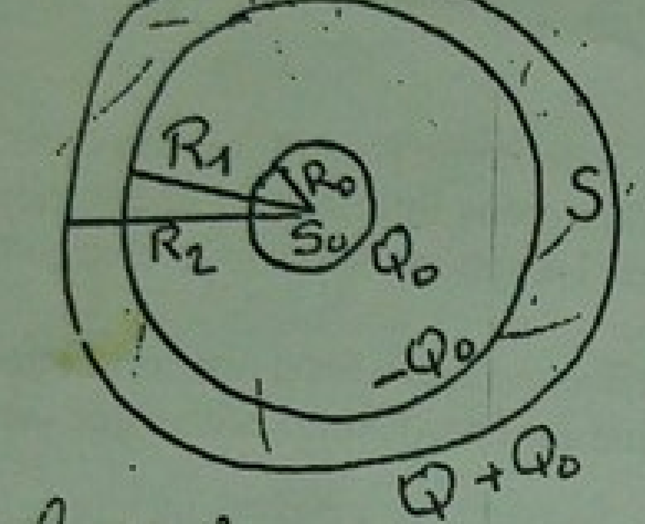
Notes : répit des Lundi 13/6/11 à 9h

**I :** (10 pts)

1°/ L'influence est totale (0,5), car la sphère S entoure complètement (0,5) la sphère $S_0$, donc les lignes de ch... issuent de $S_0$ arrivent toutes au conducteur S.



ou bien



(1)

La sphère $S_0$ porte la charge $Q_0>0$, la surface interne de S porte $-Q_0$ (par influence), la surface externe de S porte $Q+Q_0$ (isolée).

a) $$\boxed{V_0 = \frac{Q_0+Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} - \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 R_0}}$$ (1)

$$\boxed{V = \frac{Q_0+Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}}$$ (0,5)

La capacité : $V_0 - V = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1}\right)$ et $V_0 - V = \frac{Q_0}{C}$

donc $$\boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_0 R_1}{R_1 - R_0}}$$ (1)

°/ AN : $\boxed{C \simeq 0,02\ 10^{-9}\ F}$ (0,5)

°/ a) $$\boxed{W = \frac{1}{2}Q_0(V_0-V) \overset{ou}{=} \frac{1}{2}C(V_0-V)^2 \overset{ou}{=} \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}}$$ (0,5)

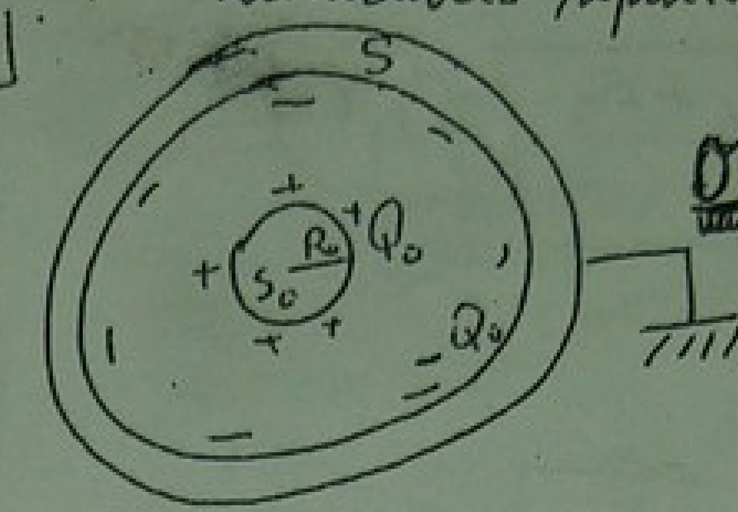
l'une des 3 expressions suffit.

b) AN : à partir de : $W = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}$.

$$\boxed{W \simeq 4,92 \cdot 10^{-11}\ J}$$ (0,5)

B) La nouvelle répartition des charges :

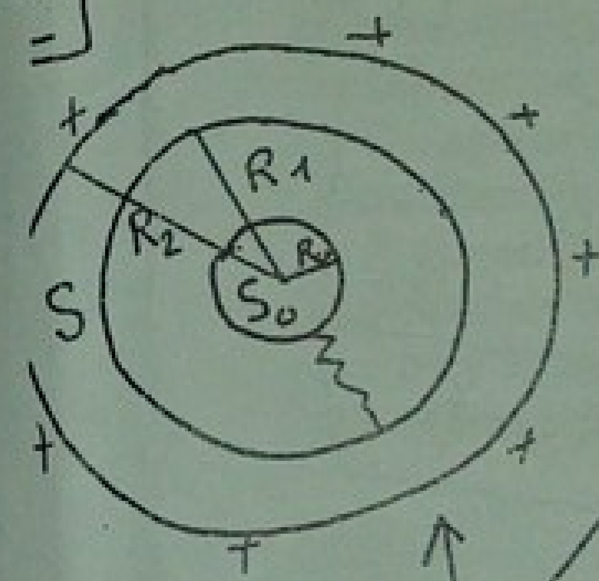
a)



ou
- La surface de $S_0$ porte $(+Q_0)$ (0,5)
- La surface interne de S porte $(-Q_0)$ (0,5)
- La surf. externe de S est sans charge, ou de charge nulle. (0,5)

b) Les nouveaux potentiels :

- Pour la sphère $S_0$ : $\boxed{V_0' = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1}\right)}$ (0,5)
- " " S : $\boxed{V' = 0}$, car $S_2$ est relié au sol. (0,5)



ou bien

a) Le système se comporte comme un seul conducteur en équilibre. (0,5)

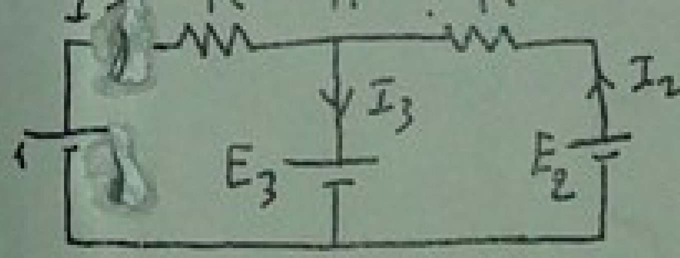
b) La charge totale est répartie sur sa surface externe, celle de S, et vaut : $Q+Q_0$ (0,5)

c) Le potentiel du système :

$$\boxed{V = \frac{Q+Q_0}{4\pi\varepsilon_0 R_2}}$$ (0,5)

**EX : II** (11 pts)

1°/



a) • Loi des nœuds, en A.

$I_1 + I_2 = I_3$

• Loi des mailles :

$$\begin{cases} E_1 - RI_1 - E_3 = 0 \\ E_2 - RI_2 - E_3 = 0 \end{cases}$$ (0,5)

$\boxed{I_1 = \frac{E_1 - E_3}{R}}$ (0,5), $\boxed{I_2 = \frac{E_2 - E_3}{R}}$ (0,5) et $\boxed{I_3 = \frac{E_1 + E_2 - 2E_3}{R}}$

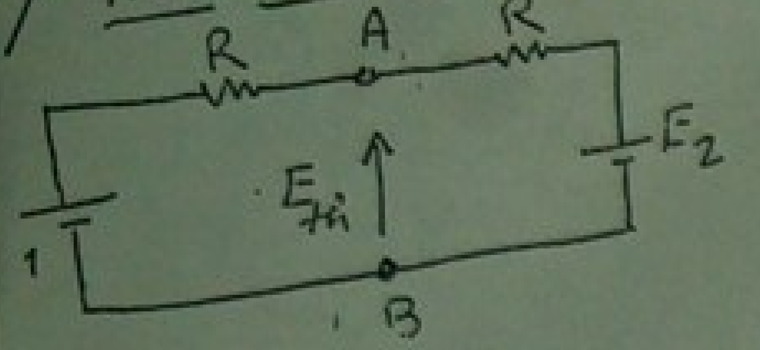
b) $\boxed{I_1 = 2A}$ (0,25) $\boxed{I_2 = -1A}$ (0,25) et $\boxed{I_3 = 1A}$ (0,25)

2°/ $\boxed{E_1 \text{ est un générateur}}$, $\boxed{E_2 \text{ récepteur}}$, $\boxed{E_3 \text{ récepteur}}$

(0,5) (29) (0,5) (0,5)

1/ théorème de thevenin

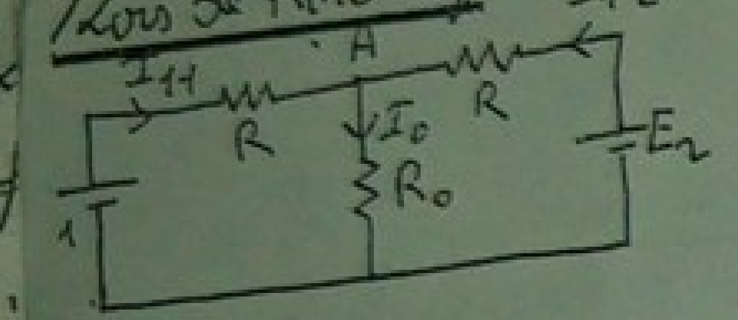



• $\boxed{E_{th} = (V_A - V_B)_{\text{à vide}} = \frac{E_1 + E_2}{2}}$ (1,5)

• $\boxed{R_{th} = \frac{R}{2}}$ (0,5)

avec $\boxed{I_0 = \frac{E_{th}}{R_{th} + R_0}}$ (0,25), on a $\boxed{I_0 = \frac{E_1 + E_2}{R + 2R_0}}$ (0,5)

2/ Lois de Kirchhoff




• Loi des nœuds, en A : $I_{11} + I_{12} = I_0$ (0,5)

• Lois des mailles : $\begin{cases} E_1 - R I_{11} - R_0 I_0 = 0 & (0,5) \\ E_2 - R I_{12} - R_0 I_0 = 0 & (0,5) \end{cases}$

Résolution du système $\begin{cases} I_{11} + I_{12} - I_0 = 0 \\ R I_{11} + 0 + R_0 I_0 = E_1 \\ 0 + R I_{12} + R_0 I_0 = E_2 \end{cases}$ donne $\Delta_G = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ R & 0 & R_0 \\ 0 & R & R_0 \end{vmatrix} =$

$\boxed{\Delta_G = -2RR_0 - R^2}$

$\Delta I_{11} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ E_1 & 0 & R_0 \\ E_2 & R & R_0 \end{vmatrix} = -E_1R_0 + E_2R_0 - E_1R$

$\Delta I_{12} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ R & E_1 & R_0 \\ 0 & E_2 & R_0 \end{vmatrix} = E_1R_0 - E_2R_0 - RE_2$

d'où

$\boxed{I_{11} = \frac{\Delta I_{11}}{\Delta_G} = \frac{E_1R_0 - E_2R_0 + E_1R}{2RR_0 + R^2}}$ (1)

$\boxed{I_{12} = \frac{\Delta I_{12}}{\Delta_G} = \frac{-E_1R_0 + E_2R_0 + RE_2}{2RR_0 + R^2}}$ (1)

$\boxed{I_0 = I_{11} + I_{12} = \frac{E_1 + E_2}{2R_0 + R}}$ (1)

UNIVERSITE CADI AYYAD
FACULTE DES SCIENCES SEMLALIA
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
MARRAKECH

Année universitaire 2009/2010

**Contrôle 2 : Module de Physique 2 SMPC-SMA**
**Electricité durée 1h30**

## Questions de cours :

**Partie A**

Un conducteur A isolé en équilibre électrostatique, de surface S et placé dans le vide, est porté au potentiel Vi > 0. Sa capacité est noté Ci.

a) Enoncer le théorème de Coulomb
b) Donner la charge du conducteur A. On suppose que cette charge est uniformément répartie, donner sa densité
c) Déterminer le champ à l'intérieur du conducteur A et à son voisinage immédiat
d) On approche du conducteur A, à une distance d, un deuxième conducteur B initialement neutre. Décrire le phénomène qui se produit.
e) A l'équilibre électrostatique, que devient la charge du conducteur B, l'écrire en fonction des potentiels de A et de B
f) Ecrire la charge du conducteur A en fonctions des potentiels de A et de B, que devient cette expression lorsque le conducteur B est très loin du conducteur A.

**Partie B**

a) Déterminer la capacité d'un condensateur plan en fonction de son épaisseur d, de sa surface S et de la permittivité du vide $\varepsilon_0$ (les effets de bord étant négligés)
b) Rappeler l'expression de l'énergie électrique d'un condensateur en fonction de sa capacité C et de la tension à ses bornes U
c) En déduire la densité d'énergie d'un condensateur plan

## Electrocinétique

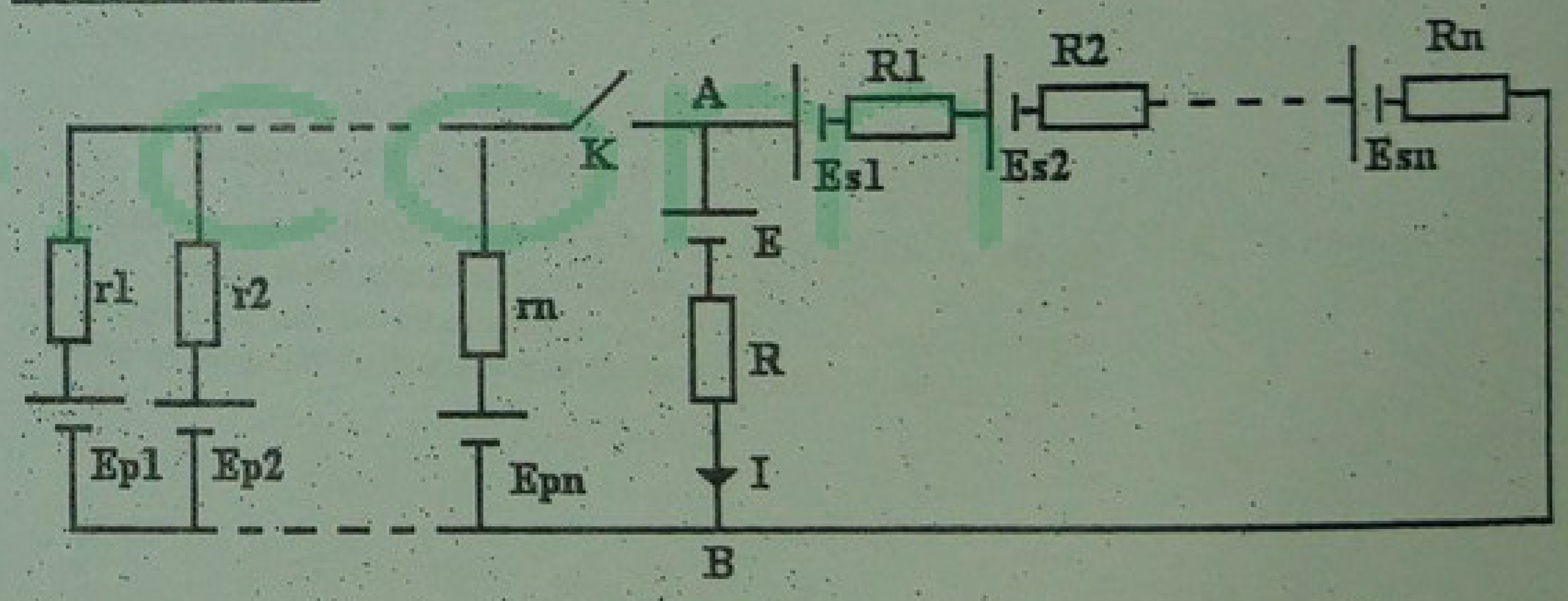



**Figure 1**

Soit le montage de la figure 1 ci-dessus où (Epi, ri) et (Esi, Ri), i = 1,…n, sont des générateurs de tension et K un interrupteur.

I - L'interrupteur K est ouvert

a) Calculer le courant I qui circule dans la branche AB

b-1) Quelle est la condition pour que le dipôle (E, R) soit récepteur ?

b-2) Calculer, dans ce cas, la puissance Pr reçue par le dipôle (E, R) et la puissance Pf fournie par les générateurs (Esi, Ri)

b-3) Comparer les puissances Pr et Pf

c) Déterminer la f.e.m Ep et la résistance interne r du générateur équivalent à l'association des générateurs (Epi,ri) i = 1, …, n (Figure 1).

## II - L'interrupteur K est fermé

a) Enoncer le théorème de Thevenin

b) mettre le montage sous la forme équivalente de la figure 2, on déterminera Ep, r, Es et Rs

c) En utilisant le théorème de Thevenin, déterminer le courant I qui circule dans la branche AB

d) Calculer la puissance dissipée par effet Joule, dans la branche AB.

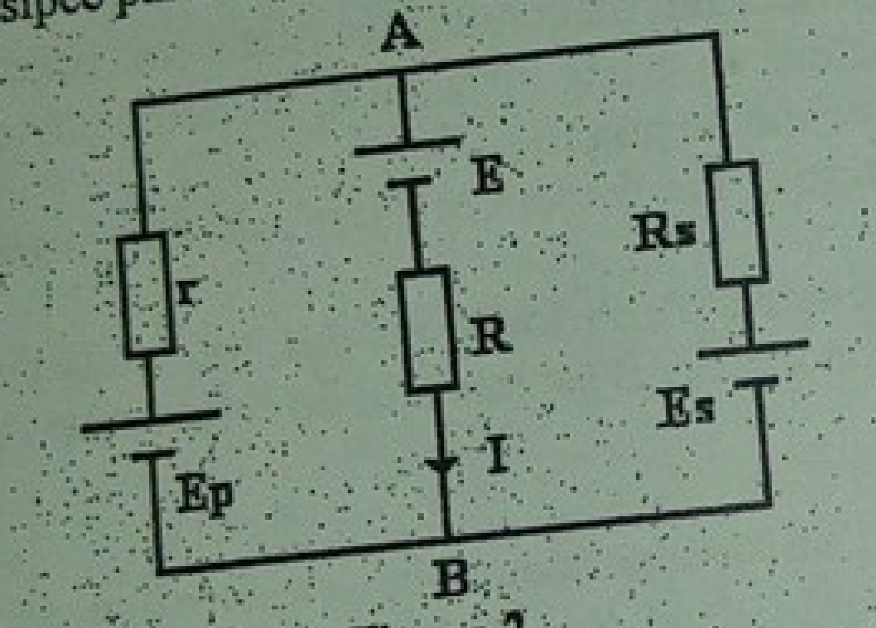



Figure 2


Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique
Marrakech


Année Universitaire 2008/09

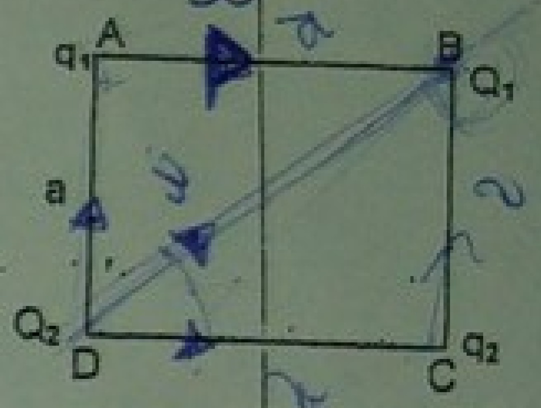
# Epreuve d'Electricité

Filières : SMP-SMC-SMA Semestre 2

1er contrôle (Durée : 1h30')

## EXERCICE I

Soient $q_1$, $Q_1$, $q_2$, et $Q_2$ quatre charges électriques disposées aux quatre sommets d'un carré de côté a (voir figure). On suppose que $q_1 = q_2 = q$, $Q_1 = Q_2 = Q$ et que la force résultante agissant sur $Q_1$ est nulle.



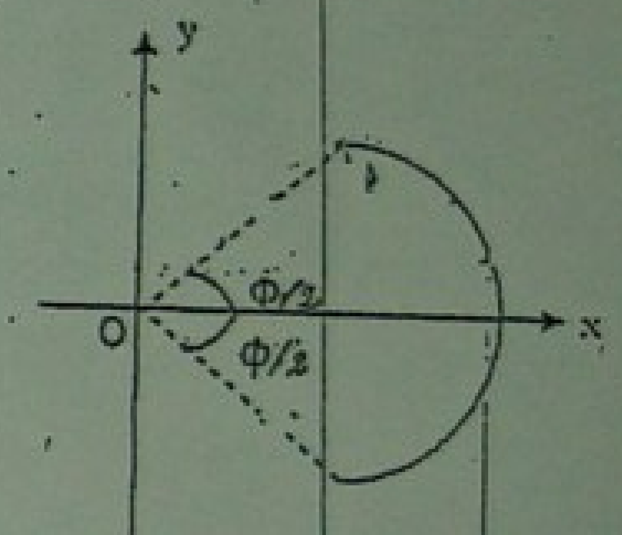

1) Calculer et représenter la force $\vec{F}_{Q_2Q_1}$ exercée par la charge $Q_2$ sur la charge $Q_1$

2) Calculer et représenter les forces $\vec{F}_{q_1Q_1}$ et $\vec{F}_{q_2Q_1}$ exercées par les charges $q_1$ et $q_2$ sur la charge $Q_1$

3) Calculer la charge Q en fonction de la charge q sachant que $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9 SI$

## EXERCICE II

Un fil portant une charge positive q a la forme d'un arc de cercle de centre O, de rayon r et d'angle $\Phi$ (voir figure)



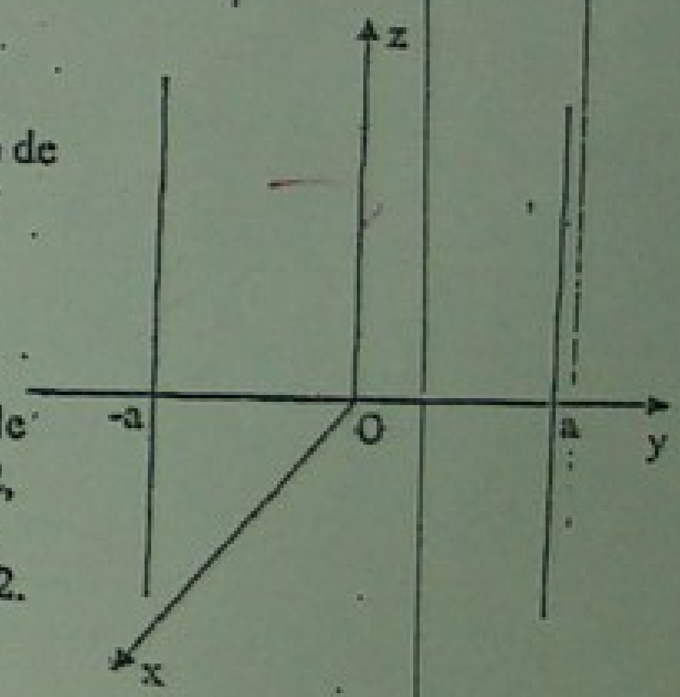

1) sachant que la charge q est uniformément répartie, calculer le vecteur champ électrique $\vec{E}$ au point O crée par cette distribution

2) Que devient $\vec{E}$ pour l'angle $\Phi = 0$, $\Phi = \pi$, $\Phi = 2\pi$

## EXERCICE III

Soit un fil infiniment long portant une densité linéique de charge $\lambda > 0$.

1) Calculer le champ électrostatique en un point M à la distance r du fil. En déduire le potentiel en ce point.




On dispose maintenant de deux fils infiniment longs, tels que le fil 1, chargé avec une densité linéique $\lambda$, est en y = a et le fil 2, chargé avec une densité linéique $-\lambda$, est en y = -a (voir figure). Soit M un point de l'espace à la distance $r_1$ du fil 1 et $r_2$ du fil 2.

2) Etablir l'expression du potentiel au point M en fonction de $\lambda$, $r_1$ et $r_2$. On choisit l'origine des potentiels au point O.

3) En posant $k=e^{\left(\frac{2\pi\varepsilon_o V_o}{\lambda}\right)}$, déduire l'équation de la surface équipotentielle lieu des points M ayant le même potentiel $V_o$.

**EXERCICE IV**

Une distribution de charges à symétrie sphérique autour d'un point O crée en un point M quelconque de l'espace situé à une distance OM = r, un potentiel électrostatique de la forme suivante :

$$V(r)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}e^{-\frac{r}{a}}$$ où a et q sont des constantes positives.

1) Déterminer la direction, le sens et le module du champ électrostatique associé à cette distribution de charges

2) Calculer le flux $\Phi(r)$ du champ électrostatique $\vec{E}$ à travers une sphère de centre O et de rayon r

3) Déterminer les limites du flux du champ $\vec{E}$ quand r tend vers zéro et quand r tend vers l'infini

4) En déduire laquelle des distributions de charges suivantes peut créer ce potentiel et ce champ; Justifier votre choix

   a. Une charge q placée en O et une charge –q répartie dans tout l'espace
   b. Une charge –q placée en O et une charge q répartie dans tout l'espace
   c. Une charge –q répartie dans tout l'espace
   d. Une charge q placée en O et une charge 2q placée dans tout l'espace

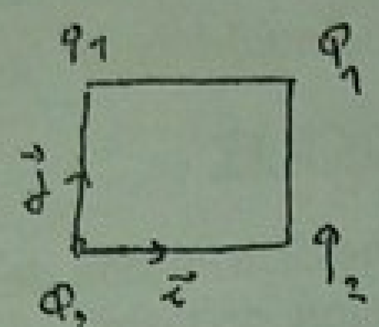
42

# Electricité

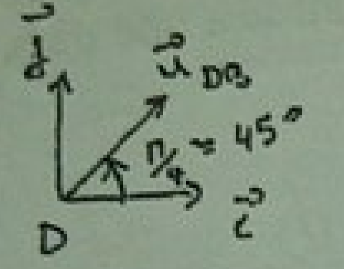
## Exercice I :

1/ calcule et représentation de la force $\vec{F}_{Q_2Q_1}$



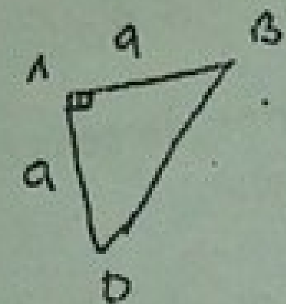
on a $\vec{F}_{Q_2Q_1} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{\vec{u}_{DB}}{DB^2}$

$\vec{u}_{DB}$ : Vecteur unitaire :



$$\vec{u}_{DB} = \cos\frac{\pi}{4}\,\vec{i} + \sin\frac{\pi}{4}\,\vec{j} = \frac{\sqrt{2}}{2}\,\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\,\vec{j}$$

et on a ABCD est un carré de côté $a$



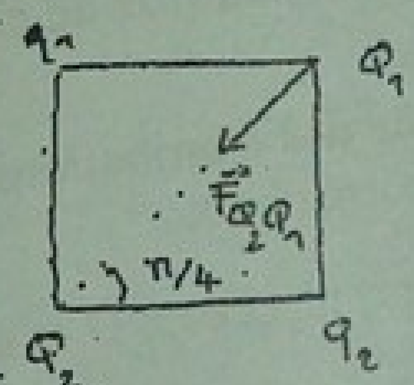
$AD^2 + AB^2 = DB^2$

$a^2 + a^2 = DB^2 \Rightarrow DB^2 = 2a^2$

d'où $\vec{F}_{Q_2Q_1} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon}\,\frac{1}{2a^2}\,\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i}+\vec{j})$

avec $Q_1 = Q_2 = Q$

$$\vec{F}_{Q_2Q_1} = \frac{\sqrt{2}\,Q^2}{16\pi\varepsilon\, a^2}(\vec{i}+\vec{j})$$



* représentation

on prend $Q<0$ (choix)

donc $\vec{F}_{Q_2Q_1} =$

2/ calcule la force $\vec{F}_{q_1Q_1}$

on a $\vec{F}_{q_1Q_1} = \frac{q_1 Q_1}{4\pi\varepsilon}\,\frac{\vec{u}_{AB}}{AB^2}$

avec $\vec{u}_{AB} = \vec{i}$ ; $q_1 = q$ et $Q_1 = Q$ et $AB = a$

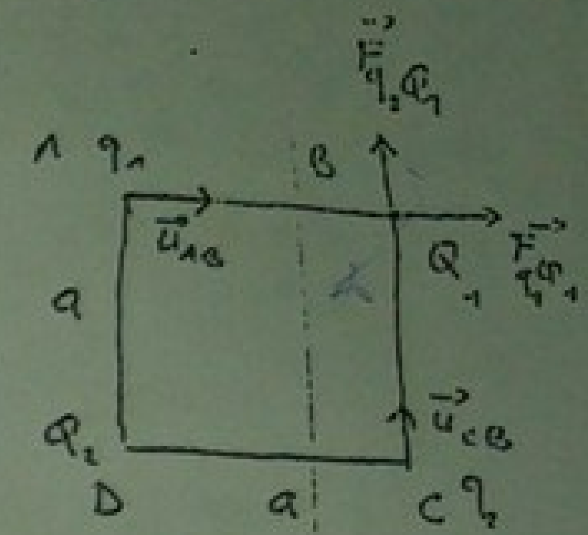
d'où $\vec{F}_{q_1Q_1} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon}\,\frac{1}{a^2}\,\vec{i}$

* la force $\vec{F}_{q_2Q_1}$

on a $\vec{F}_{q_2Q_1} = \frac{q_2 Q_1}{4\pi\varepsilon}\,\frac{\vec{u}_{CB}}{CB^2}$

avec $q_2 = q$ , $Q_1 = Q$ , $\vec{u}_{CB} = \vec{j}$ , $CB = a$

d'où $\vec{F}_{q_2Q_1} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon}\,\frac{1}{a^2}\,\vec{j}$.



* représentation

on prend $q>0$

3/ calculons $Q$ en fonction de $q$

on a la force résultante agissant sur $Q_1$ est nulle

donc $\vec{F}_{q_1Q_1} + \vec{F}_{q_2Q_1} + \vec{F}_{Q_2Q_1} = \vec{0}$

$$\frac{qQ}{4\pi\varepsilon}\,\frac{1}{a^2}\,\vec{i} + \frac{qQ}{4\pi\varepsilon}\,\frac{1}{a^2}\,\vec{j} + \frac{\sqrt{2}QQ}{4\times 4\pi\varepsilon}\,\frac{1}{a^2}(\vec{i}+\vec{j}) = \vec{0}$$

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\,\frac{1}{a^2}\left(q\vec{i} + q\vec{j} + \frac{\sqrt{2}}{4}Q(\vec{i}+\vec{j})\right) = \vec{0}$$

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\,\frac{1}{a^2}\left(\left(q + \frac{\sqrt{2}Q}{4}\right)\vec{i} + \left(q + \frac{\sqrt{2}}{4}Q\right)\vec{j}\right) = \vec{0}$$

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\,\frac{1}{a^2} \neq 0 \Rightarrow \left(q + \sqrt{2}\,\frac{Q}{4}\right)(\vec{i}+\vec{j}) = \vec{0}$$

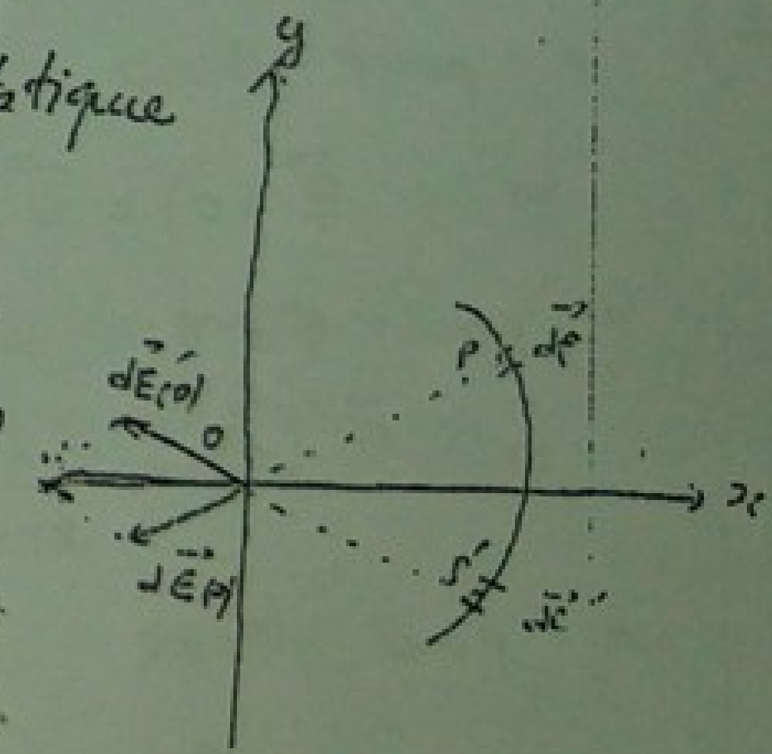
et $\vec{i}+\vec{j} \neq \vec{0} \Rightarrow q + \frac{\sqrt{2}}{4}Q = 0$

finalement $Q = -\frac{4}{\sqrt{2}}\,q \Rightarrow \boxed{Q = -2\sqrt{2}\,q}$

## Exercice 2 :

1/ le champ électrique $\vec{E}$ au point O

par raison de symétrie le champ électrostatique créé par l'arc est porté par l'axe ox.
En effet, deux éléments de charges dq de longueur dl centrés en P et P' symétriques par rapport à (ox), créent en O deux champs élémentaires $d\vec{E}(O)$ et $d\vec{E}'(O)$ dont la résultante est portée par l'axe ox.

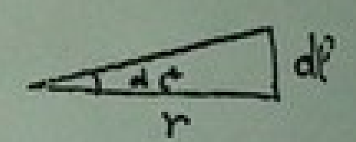


il en est de même pour toutes les autres paires d'élément de charges de la distribution. Ainsi le champ total est porté par l'axe ox.

donc $d\vec{E}(0) = -dE\cos\theta\,\vec{i}$

avec $dE(0) = \frac{dq}{4\pi\varepsilon}\frac{1}{r^2}$ avec $dq = \lambda\, dl$

$tg\, d\theta \simeq d\theta = \frac{dl}{r}$



$\Rightarrow dl = r\,d\theta$

or $dl = r\,d\theta$

$tg\,\theta \simeq d\theta$ (pour les petite angle)

il vient $E(0) = \int_{arc} dE(0)$

$$E_x(0) = \int_{arc} \frac{\lambda\, r\, d\theta}{4\pi\varepsilon r^2}\cos\theta$$

$$= \int_{-\frac{\phi}{2}}^{\frac{\phi}{2}} \frac{\lambda\, d\theta}{4\pi\varepsilon r}\cos\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon r}\int_{-\frac{\phi}{2}}^{\frac{\phi}{2}}\cos\theta\, d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon r}\left[\sin\theta\right]_{-\frac{\phi}{2}}^{\frac{\phi}{2}}$$

$$\Rightarrow E(0) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon r}\left[\sin\frac{\phi}{2} - \sin\left(-\frac{\phi}{2}\right)\right] \quad \begin{cases} \sin\left(-\frac{\phi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \\ \sin \text{ est impaire} \end{cases}$$

$$E(0) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon r}\, 2\sin\frac{\phi}{2}$$

$$\Rightarrow \vec{E}(0) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}\sin\frac{\phi}{2}\,\vec{i}$$

2) * pour $\phi = 0$ on a $\vec{E}(0) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\sin(0)\,\vec{i}$

$\Rightarrow \vec{E}(0) = \vec{0}$

* pour $\phi = \pi$ on a $\sin(\pi) = -1$

$\Rightarrow \vec{E}(0) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\frac{1}{r}\,\vec{i}$

* pour $\phi = 2\pi$ on a $\sin(2\pi) = 0$

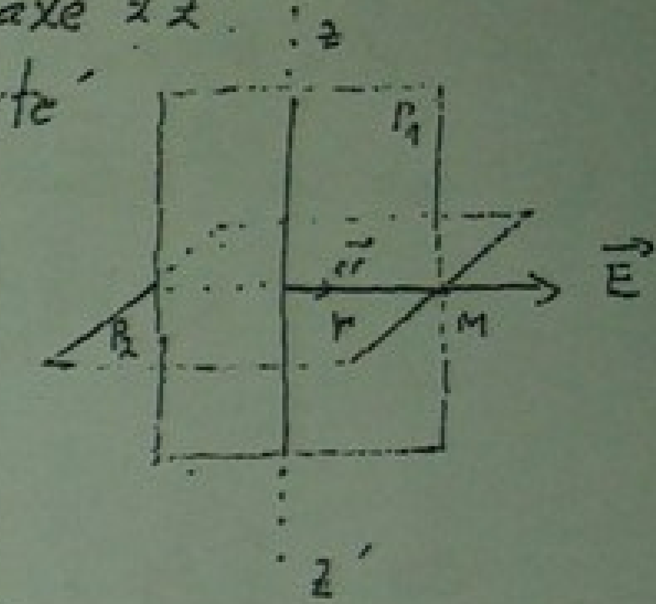
$\Rightarrow \vec{E}(0) = \vec{0}$

1/ Détermination de $\vec{E}$ en un point M de l'espace.

* la direction et le sens de $\vec{E}$

le fil admet une symetrie cylindrique donc on peut écrire : $\vec{E} = E_r(r,\theta,z)\,\vec{e_r} + E_\theta(r,\theta,z)\,\vec{e_\theta} + E_z(r,\theta,z)\,\vec{e_z}$

la distribution admet comme plans de symétrie un plan $P_1$ passant par M et contenant l'axe zz' et un autre plan $P_2$ perpendiculaire à l'axe zz'.




on déduit alors que le champ $\vec{E}$ est porté par l'intersection de ces plan c'est a dir l'axe de direction $\vec{e_r}$

$\Rightarrow \vec{E}(M) = E_r(r,\theta,z)\,\vec{e_r}$

* la distribution est invariante par tout rotation autour du fil et par translation parallèle au fil, le champ ne peuvent donc dépendre des coordonnées $\theta$ et $z$,

$\vec{E}(M) = E_r(r)\,\vec{e_r}$

➤ choix de la surface de Gauss.

Le champ $\vec{E}(M)$ est radial et constant sur un cylindre d'axe zz'. La surface de Gauss convenable sera un cylindre de rayon r et de hauteur h.

le théorème de Gauss :

$$\phi = \oiint_{S_g} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$S_g$ : surface de Gauss

$\phi$ : le flux de $\vec{E}$ à travers $S_g$

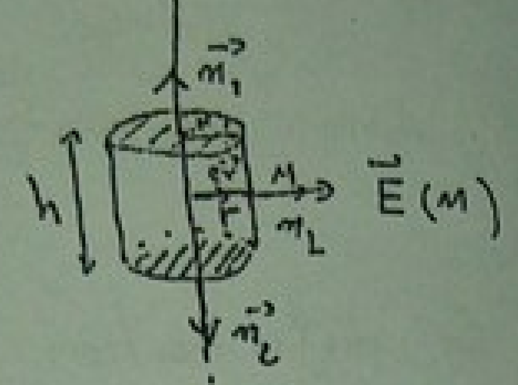
$S_g = S_{b_1} + S_{b_2} + S_L$ ; $S_{b_1}$ et $S_{b_2}$ les bases.

$S_L$ : surface latéral



$$\phi = \oiint_{S_g} \vec{E}.\vec{dS} = \iint_{S_{b_1}} \vec{E}.\vec{dS} + \iint_{S_{b_2}} \vec{E}.\vec{dS} + \iint_{S_L} \vec{E}.\vec{dS}$$




or $\vec{E} = E_r(r)\vec{e_r}$

$$\phi = \iint_{S_{b_1}} E_r(r)\,\cancel{\vec{e_r}.dS\,\vec{n}_1}^{\,0} + \iint_{S_{b_2}} E_r(r)\,\cancel{\vec{e_r}.dS\,\vec{n}_2}^{\,0} + \iint_{S_L} E_r(r)\,\vec{e_r}.dS\,.\vec{n}_L$$

or $n_1 = \vec{k}$ ; $n_2 = -\vec{k}$ , $n_L = \vec{e_r}$ $\quad \left| \begin{array}{l} \vec{e_r}.\vec{k} = 0 \\ \vec{e_r}.\vec{e_r} = 1 \end{array} \right.$

$\Rightarrow \phi = \iint_{S_L} E_r(r).dS$ ; le champ est constant sur un cylindre de rayon r et de l'axe zz'.

$\Rightarrow \phi = E_r(r)\iint_{S_L} dS = E_r(r).S_L = E_r(r)\times 2\pi r h$


$Q_{int} = \int dq = \int \lambda dl = \lambda h$

la charge sont sur le segment de longeur h

d'où $E_r(r).2\pi r \cancel{h} = \dfrac{\lambda \cancel{h}}{\varepsilon_0}$

$$\Rightarrow E_r(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\frac{1}{r}$$

donc $\boxed{\vec{E}(M) = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\dfrac{1}{r}\,\vec{e_r}}$

→ le potentiel en un point M de l'espace.

on a $\vec{E}(M) = -\vec{grad}\,V(M) = -\dfrac{dV(M)}{dr}\vec{e_r} - \dfrac{1}{r}\dfrac{dV(M)}{d\theta}\vec{e_\theta} - \dfrac{dV(M)}{dz}.\vec{k}$

puisque $\vec{E}(M)$ ne dépend que de r on a alors

$$E_r(r)\,\cancel{\vec{e_r}} = -\frac{dV(M)}{dr}\,.\cancel{\vec{e_r}}$$

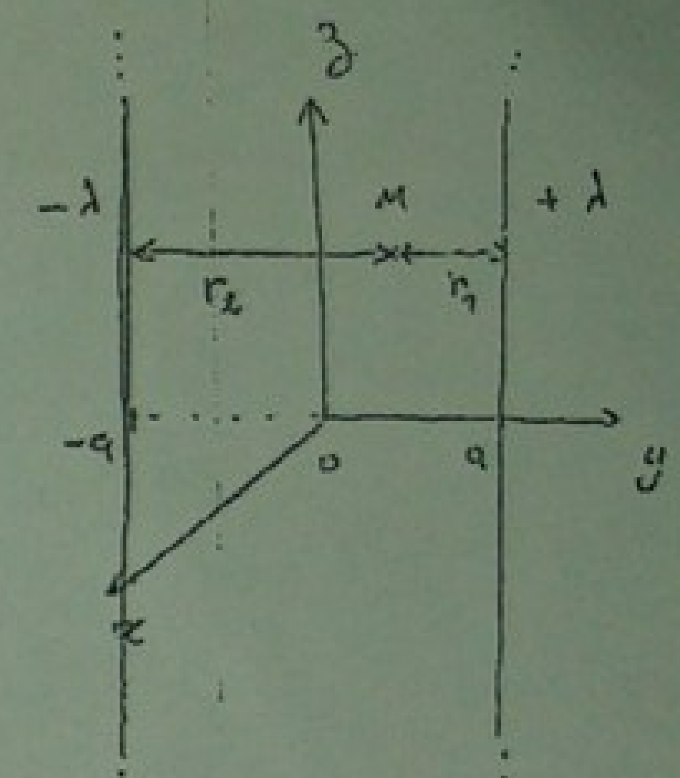
$$\Rightarrow dV(M) = -E_r(r).dr = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow V(M) = \int dV(M) = \int -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\frac{1}{r}dr = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int\frac{dr}{r}$$

$$\Rightarrow V(M) = \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln(r) + cte$$

5

2/ l'expression du potentiel au point M.




on a $V(M) = \dfrac{-\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln(r) + cte$

on choisit l'origine des potentiels au point O

donc $V(0) = 0 \Rightarrow cte = 0$

le potentiel au point M est:

$$V(M) = V_1(M) + V_2(M)$$

$V_1(M) = \dfrac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln(r_1)$ : le potentiel électrique créé en M par une distribution $(+\lambda)$

$V_2(M) = \dfrac{-(-\lambda)}{2\pi\varepsilon}\ln(r_2)$ : le potentiel électrique créé en un point M par une distribution $(-\lambda)$

d'où $V(M) = \dfrac{-\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln(r_1) + \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln(r_2)$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\left(\ln(r_2) - \ln(r_1)\right) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

3/ l'equation de la surface équipotentielle.

$$\Rightarrow V(M) = cst = V_0$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) = V_0 \Rightarrow \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) = \frac{2\pi\varepsilon V_0}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = e^{\frac{2\pi\varepsilon V_0}{\lambda}} = k$$

l'équation de la surface équipotentielle est:

$$\boxed{\frac{r_2}{r_1} = k}$$

1,5

1/ direction, sens et module du champ électrique :

La distribution de charge admet une symétrie sphérique

donc $\vec{E}(r) = E(r)\,\vec{e_r}$

on a $V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} e^{-\frac{r}{a}}$ ; a et q sont des constantes positives.

$$\vec{E}(r) = -\vec{grad}\, V(r)$$

$$E(r)\vec{e_r} = -\frac{\partial V(r)}{\partial r}\vec{e_r} - \frac{1}{r}\frac{\partial V(r)}{\partial \theta}\vec{e_\theta} - \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V(r)}{\partial \varphi}\vec{e_\varphi}$$

le champ ne dépend que de r

$$\Rightarrow E(r)\vec{e_r} = -\frac{\partial V(r)}{\partial r}\vec{e_r}$$

$$(f+g)' = f'g + f\cdot g'$$

$$E(r) = -\frac{d}{dr}\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon r} e^{-\frac{r}{a}}\right)$$

$$= -\frac{q}{4\pi\varepsilon}\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\cdot e^{-\frac{r}{a}}\right)$$

$$= -\frac{q}{4\pi\varepsilon}\left[-\frac{1}{r^2} e^{-r/a} + \frac{1}{r}\cdot\left(-\frac{1}{a}\right) e^{-r/a}\right]$$

$$= -\frac{q}{4\pi\varepsilon} e^{-r/a}\left(-\frac{1}{r^2} - \frac{1}{ra}\right)$$

$$\vec{E}(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon r} e^{-r/a}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a}\right)\vec{e_r}$$

2) le flux $\phi(r)$ du champ électrostatique $\vec{E}(r)$ à travers une sphère de centre O et de rayon r

on a $\phi(r) = \oint_{sphère} \vec{E}(r)\cdot\vec{dS}$ avec $\vec{dS} = dS\,\vec{e_r} = r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi$

$$\Rightarrow \phi(r) = \oint_{sphère} E(r)\vec{e_r}\cdot dS\,\vec{e_r} \quad \Big| \; \vec{e_r}\cdot\vec{e_r} = 1$$

$$\Rightarrow \phi(r) = \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{q}{4\pi\varepsilon}\frac{1}{r} e^{-r/a}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a}\right)\sin\theta\, d\theta\, d\varphi.$$



Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique
Marrakech

Année Universitaire 2008/09

**Epreuve d'Electricité**
**Filières : SMP-SMC-SMA Semestre 2**
**$2^{ème}$ contrôle (Durée : 1h30')**

**Exercice I**

Soit le montage de la figure 1 avec les générateurs $(E_1, r_1)$, $(E_2, r_2)$, et X une résistance.

1) Calculer les intensités des courants $I_1$ et $I_2$
2) calculer le courant I dans la résistance X:
   a) par application du théorème de superposition
   b) par application du théorème de Thevenin

**Exercice II**

Soient deux sphères $S_1$ et $S_2$ concentriques conductrices, placées dans le vide (voir figure 2). $S_1$ est pleine de rayon $R_1$, $S_2$ est creuse et infiniment mince de rayon $R_2$. ($R_{2i} = R_{2e} = R_2$)

1) $S_1$ et $S_2$ sont reliées par un fil conducteur et portées au potentiel V, calculer les charges $Q_1$ de la sphère $S_1$, $Q_{2i}$ de la face interne de $S_2$ et $Q_{2e}$ de la face externe de $S_2$.
2) Le fil est maintenant rompu; $S_1$ est portée au potentiel $V_1$ et $S_2$ est portée au potentiel $V_2$ tels que $V_1 \neq V_2$. Donner les charges $Q'_1$, $Q'_{2i}$ et $Q'_{2e}$ en fonction de $R_1$, $R_2$, $V_1$ et $V_2$
3) En déduire la capacité du condensateur ainsi formé.

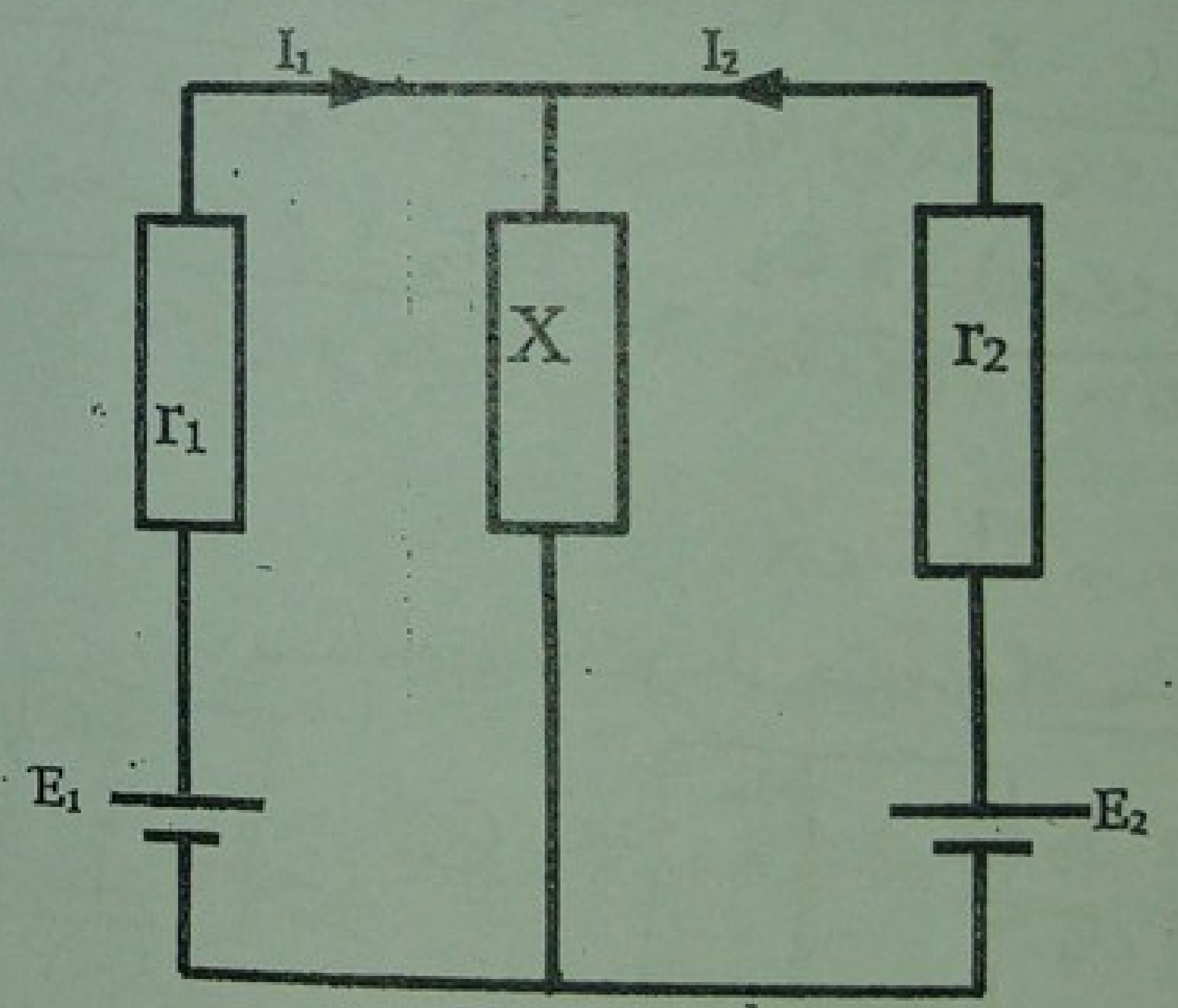



Figure 1

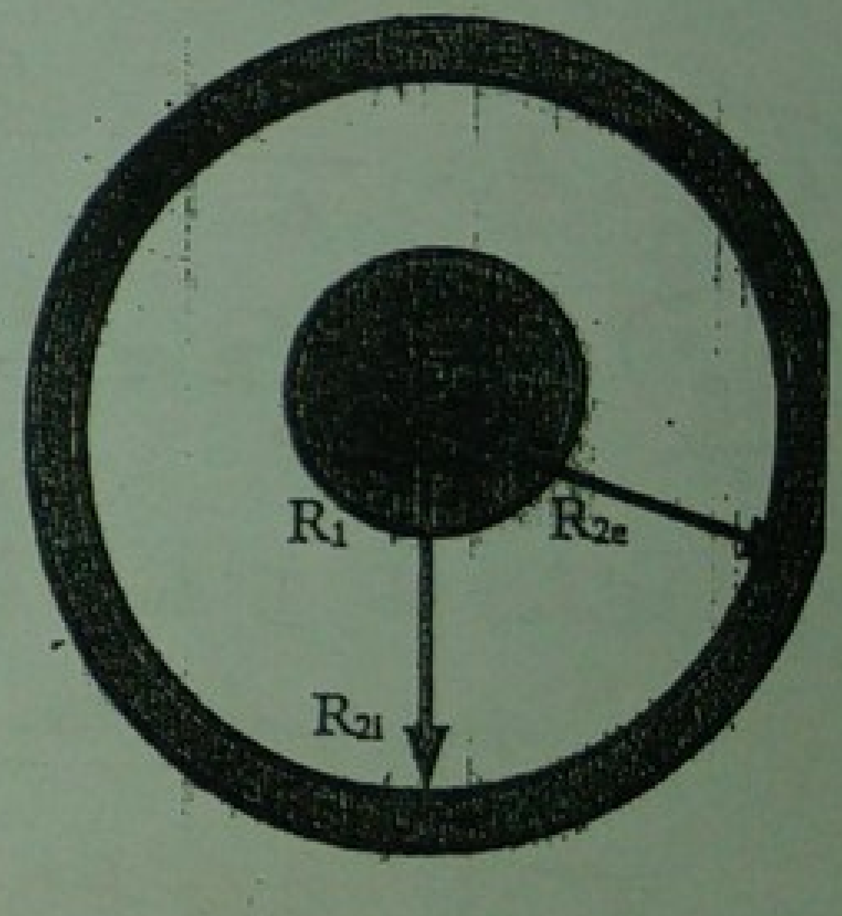
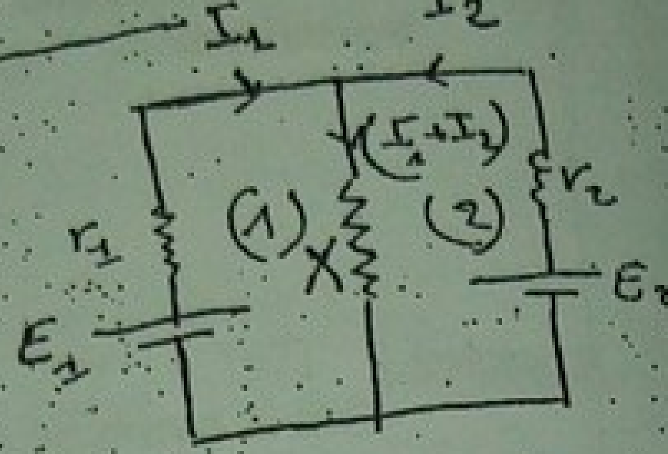



Figure 2

Corrigé du 2ème contrôle d'électricité / SMPC-SMA S2 — Juin 2009 (1)




## Exercice I

1/ La résistance X est traversée par le courant $(I_1+I_2)$

Les lois de maille donnent :

(1pt) (1) $(r_1+X)I_1 + XI_2 = E_1$

(1pt) (2) $XI_1 + (r_2+X)I_2 = E_2$

$$\Delta = \begin{vmatrix} r_1+X & X \\ X & r_2+X \end{vmatrix} = (r_1+X)(r_2+X) - X^2 = r_1 r_2 + X(r_1+r_2)$$

$$\Delta I_1 = \begin{vmatrix} E_1 & X \\ E_2 & r_2+X \end{vmatrix} = E_1(r_2+X) - XE_2$$

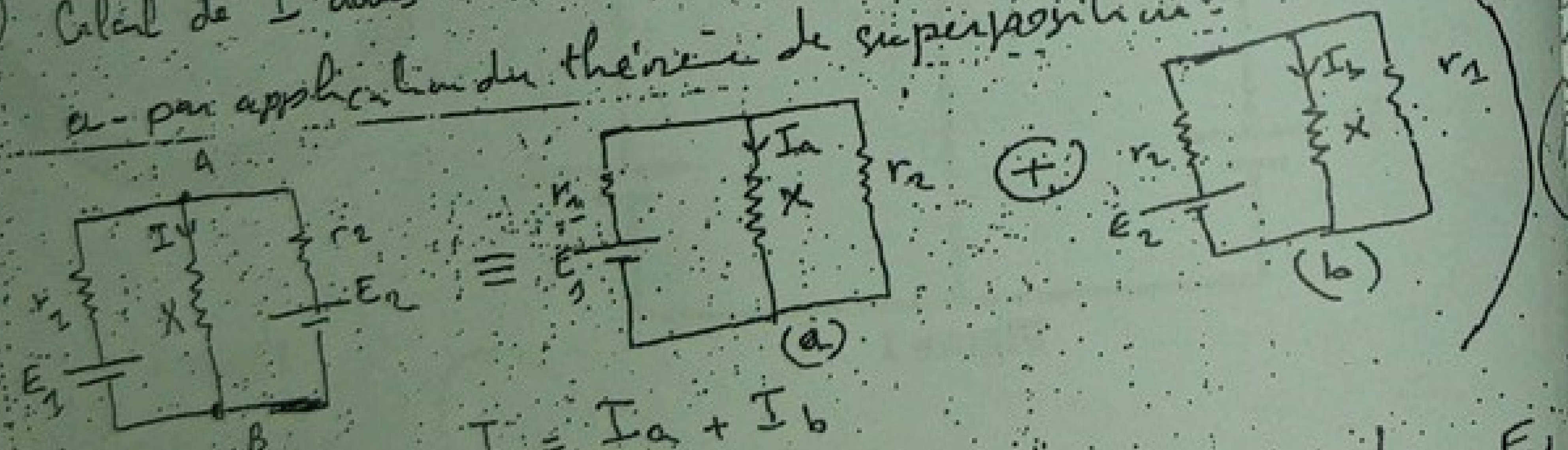
$$\Delta I_2 = \begin{vmatrix} r_1+X & E_1 \\ X & E_2 \end{vmatrix} = (r_1+X)E_2 - XE_1$$

(1pt) $$I_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta} = \frac{E_1(r_2+X) - XE_2}{r_1r_2 + X(r_1+r_2)} = \frac{E_1 r_2 + X(E_1-E_2)}{r_1r_2 + X(r_1+r_2)}$$

(1pt) $$I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta} = \frac{E_2(r_1+X) - XE_1}{r_1r_2 + X(r_1+r_2)} = \frac{E_2 r_1 + X(E_2-E_1)}{r_1r_2 + X(r_1+r_2)}$$

2) Calcul de I dans la résistance X

a- par application du théorème de superposition :




$I = I_a + I_b$

* Dans le circuit (a) le courant $I_1$ débité par le générateur $E_1$ d'après la loi de Pouillet : $I_1 = \frac{E_1}{r_1 + (r_2 \parallel X)} = \frac{E_1}{r_1 + \frac{r_2X}{r_2+X}}$

Le courant $I_a$ circulant dans la résistance X peut s'obtenir en appliquant la règle du pont diviseur de courant :

(1pt) $$I_a = \frac{r_2 I_1}{r_2+X} = \frac{r_2 E_1}{r_1r_2 + X(r_1+r_2)}$$

N.B. Ce même résultat peut être obtenu en utilisant les lois de Kirchhoff

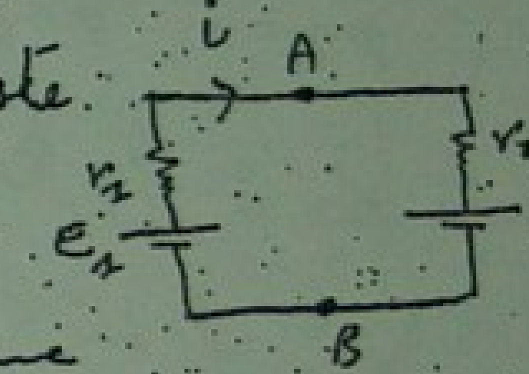
* de même pour le circuit (b) on obtient après les mêmes calculs le même résultat en intervertissant les indices 1 et 2

(1pt) $$I_b = \frac{r_1E_2}{r_1r_2 + X(r_1+r_2)}$$

(1pt) d'où $$\boxed{I = I_a + I_b = \frac{r_1E_2 + r_2E_1}{r_1r_2 + X(r_1+r_2)}}$$

b- Par application du théorème de Thevenin :

on débranche la résistance X et on remplace le reste du circuit par le générateur de Thevenin équivalent de f.e.m $\mathcal{E}_{th} = (V_A - V_B)_{\text{à vide}}$ et de résistance interne $R_{th} = R_{eq}(AB)$

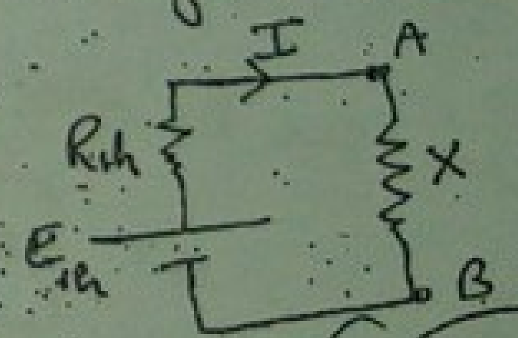



(1pt) * $\mathcal{E}_{th} = (V_A - V_B)_{\text{à vide}} = E_1 - r_1 i$ avec $i = \frac{E_1-E_2}{r_1+r_2}$

(1pt) $$\Rightarrow \mathcal{E}_{th} = E_1 - \frac{r_1(E_1-E_2)}{r_1+r_2} = \frac{r_2E_1 + r_1E_2}{r_1+r_2}$$

(1pt) * $R_{th} = R_{eq}(AB)$ $E_1$ et $E_2$ étant court-circuités $\Rightarrow R_{th} = r_1 \parallel r_2 = \frac{r_1 r_2}{r_1+r_2}$

on remet la résistance entre les bornes A et B du générateur de Thevenin




$$I = \frac{\mathcal{E}_{th}}{R_{th}+X} = \frac{\frac{r_2E_1 + r_1E_2}{r_1+r_2}}{\frac{r_1r_2}{r_1+r_2} + X}$$

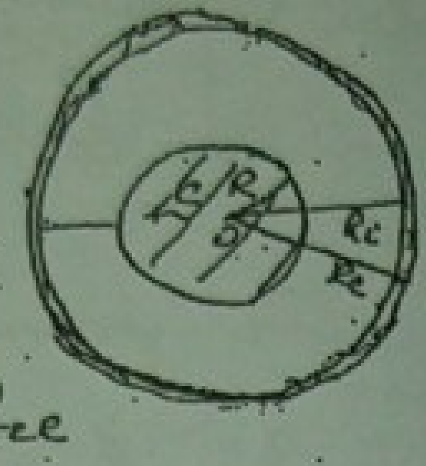
(1pt) $$\boxed{I = \frac{r_2E_1 + r_1E_2}{r_1r_2 + X(r_1+r_2)}}$$

(47)

(3)

x II/

1/ $S_1$ et $S_2$ reliées par un fil constituent un seul conducteur ⇒ à l'intérieur, il n'y a pas de charge ⇔ $Q_1=0$ et $Q_{2i}=0$



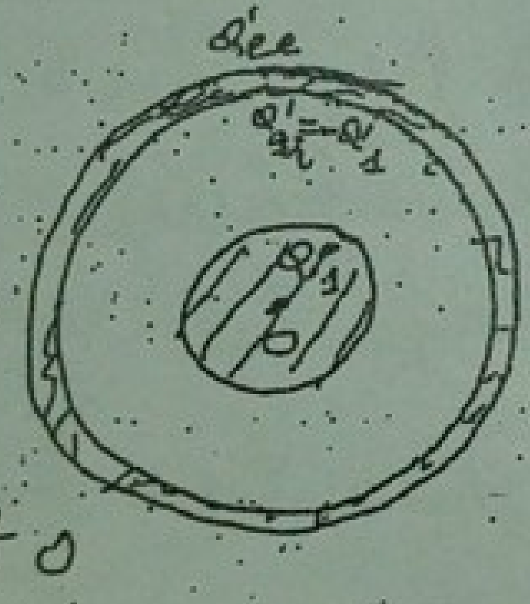
toute la charge est répartie sur la surface externe de rayon $R_e=R_2$, et c'est cette charge $Q_{2e}$ qui crée le potentiel V du conducteur. La répartition étant à symétrie sphérique ⇒ le potentiel à l'extérieur de la distribution est le même que celui crée par la charge $Q_{2e}$ ponctuelle placée au centre O ⇒ $V(r)=\frac{Q_{2e}}{4\pi\varepsilon_0 r}$ $(r>R_2)$

1,5

et à la limite, lorsque $r=R_e=R_2$ ; $V=\frac{Q_{2e}}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$

d'où $\boxed{Q_{2e}=4\pi\varepsilon_0 R_2 V}$

2/ * influence totale ⇒ $\boxed{Q'_{2i}=-Q'_1}$



à l'extérieur des 2 sphères $(r>R_e=R_2)$ tout se passe comme si toute la charge des différentes surfaces est concentrée au pt O

⇒ $V(r>R_2)=\frac{Q'_1+Q'_{2i}+Q'_{2e}}{4\pi\varepsilon_0 r}=\frac{Q'_{2e}}{4\pi\varepsilon_0 r}$

⇒ sur la sphère $S_2$ $V_2=V(r=R_2)=\frac{Q'_{2e}}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$

⇒ $\boxed{Q'_{2e}=4\pi\varepsilon_0 R_2 V_2}$

* Vue la symétrie sphérique, le champ $\vec{E}$ entre les 2 sphères est radi[al] et ne dépend que de r ⇒ $\vec{E}=E(r)\vec{e}_r$.

... Th. de Gauss à une sphère Σ de centre O et de ray[on] ...

(4)

On calcule ensuite la ddp : $V_1-V_2=\int_{(1)}^{(2)}\vec{E}\cdot\vec{dl}$

sachant que : $\vec{dl}=dr\,\vec{e}_r$, on aura : $V_1-V_2=\int_{R_1}^{R_2}\frac{Q'_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{Q'_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$

d'où $\boxed{Q'_1=4\pi\varepsilon_0(V_1-V_2)\frac{R_2R_1}{R_2-R_1}}$

2,5

et $\boxed{Q'_{2i}=-Q'_1=-4\pi\varepsilon_0(V_1-V_2)\frac{R_2R_1}{R_2-R_1}}$

3) Par définition $\boxed{C=\frac{Q'_1}{V_1-V_2}=4\pi\varepsilon_0\frac{R_2R_1}{R_2-R_1}}$

1pt

48

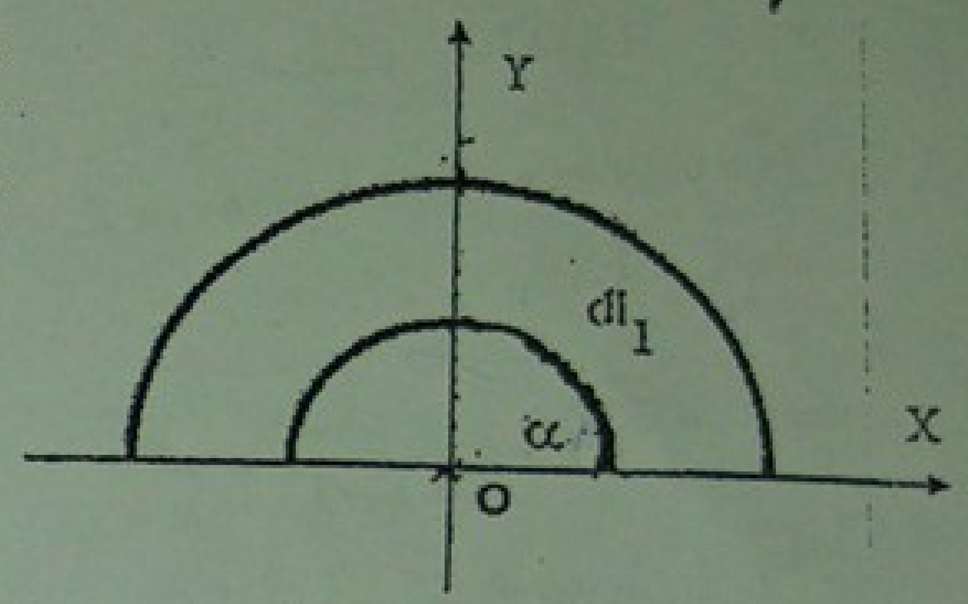
UNIVERSITE CADI AYYAD
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
MARRAKECH

Année universitaire 2007/2008

**Contrôle 1 : Module de Physique 2 SMPC-SMA**
**Electricité durée 1h30**

**Exercice I**

Deux fils ont la même forme, celle d'un demi cercle de centre O (voir figure). Le premier a un rayon $R_1 = R$ et le deuxième a un rayon $R_2=2R$. Les deux fils sont chargés électriquement avec la même densité linéique constante $\lambda$ ($\lambda > 0$)




1) Donner l'expression du champ élémentaire $\overrightarrow{dE_1}(O)$ crée par un élément $dl_1$ du premier fil au centre O, en fonction de $\lambda$, R, $\alpha$, $\vec{i}$ et $\vec{j}$.

2) Calculer le champ $\overrightarrow{E_1(O)}$ crée par le premier fil au centre O

3) En déduire le champ $\overrightarrow{E_2}(O)$ crée par le deuxième fil au centre O, et le champ total $\vec{E}(O)$ au point O

4) Déterminer le potentiel total V(O) crée par les deux fils au point O

5) Quelle est la force électrostatique exercée par les deux fils sur une charge ponctuelle Q placée au point O,

Les deux fils sont maintenant complétés par deux demi cercles de manière à former deux spires concentriques. Ces deux demi cercles sont chargés électriquement avec la même densité linéique $-\lambda$

6) Quel est le champ résultant au point O

**Exercice II**

Une distribution volumique de charge est uniformément répartie entre deux plans infinis d'équations $z = a$ et $z = -a$ ($a > 0$) avec une densité volumique constante $\rho$. ($\rho > 0$)

1) Enoncer le théorème de Gauss

2) En utilisant la symétrie et l'invariance de la distribution, préciser la direction et le sens du champ en tout point de l'espace ainsi que les variables dont dépendra le champ, et montrer que le champ est nul pour les points du plan (xOy)

3) Quelle est la surface de Gauss convenable pour calculer le champ électrostatique en un point M quelconque de l'espace, justifier votre réponse

4) En utilisant le théorème de Gauss déterminer le champ électrostatique en tout point P de l'espace de coordonnées (x,y,z)

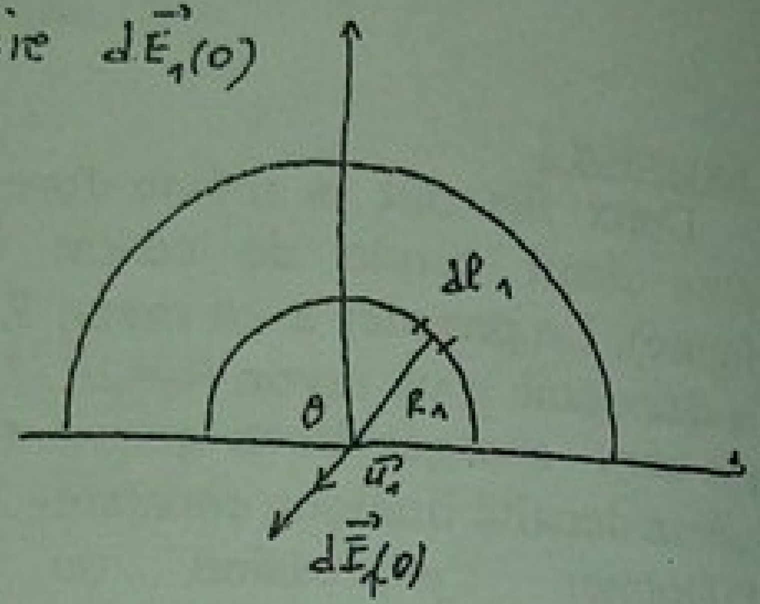
5) En déduire le potentiel en tout point de l'espace, On prendra V(O) = 0.

Controle N°1
Electricité

2007 / 2008
SMPC / SMA

## Exercice I :

1/ l'expression du champ élémentaire $d\vec{E}_1(O)$



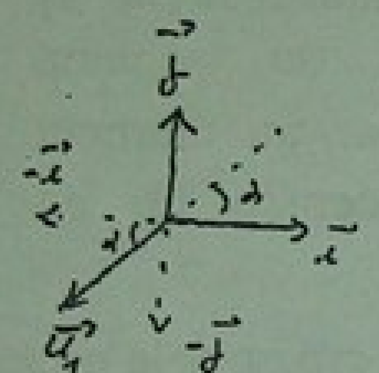

on a $d\vec{E}_1(O) = \frac{dq_1}{4\pi\varepsilon}\frac{\vec{u}_1}{R_1^2}$

$\vec{u}_1$ : vecteur unitaire de $R_1$

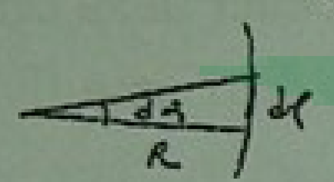
$dq_1 = \lambda dl_1$ et $R_1 = R$

$\Rightarrow d\vec{E}_1(O) = \frac{\lambda dl_1}{4\pi\varepsilon}\frac{\vec{u}_1}{R^2}$

$\vec{u}_1 = -\cos\alpha\,\vec{i} - \sin\alpha\,\vec{j}$




$dl = R\,d\alpha$




$\Rightarrow d\vec{E}_1(O) = \frac{-\lambda\,d\alpha}{4\pi\varepsilon R}(\cos\alpha\,\vec{i} + \sin\alpha\,\vec{j})$.

2/ le champ $\vec{E}_1(O)$ crée par le 1er fil au centre O

on a $\vec{E}_1(O) = \int_{fil} d\vec{E}_1(O) = \int_{fil} \frac{-\lambda\,d\alpha}{4\pi\varepsilon R}(\cos\alpha\,\vec{i} + \sin\alpha\,\vec{j})$

$= -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon R}\int_0^\pi \cos\alpha\,\vec{i}\,d\alpha + \int_0^\pi \sin\alpha\,d\alpha\,\vec{j}$

$= -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon R}\left[\sin\alpha\right]_0^\pi\vec{i} + \left[-\cos\alpha\right]_0^\pi\vec{j}$

$= -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon R}\left[(\sin\pi - \sin 0)\vec{i} - (\cos(\pi) - \cos(0))\vec{j}\right]$

$= -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon R}(0 - (-1-1)\vec{j})$

$\vec{E}_1(O) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon R}\vec{j}$

3/ * le champ $E_2(O)$

on remplace R par 2R.

$\ldots = -\frac{\ldots}{4\pi\varepsilon R}\ldots$

* le champ $\vec{E}(O)$ au point O

$\vec{E}(O) = \vec{E}_1(O) + \vec{E}_2(O) = \frac{-\lambda\vec{j}}{2\pi\varepsilon_0 R} - \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon R}\vec{j}$

$= \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon R}(1 - \frac{1}{2})\vec{j} = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon R}\cdot\frac{1}{2}\vec{j}$

$\vec{E}(O) = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon R}\vec{j}$.

4/ le potentiel total V(O)

on a $V(O) = V_1(O) + V_2(O)$

avec $V_1(O) = \int\frac{dq}{4\pi\varepsilon}\frac{1}{R} = \int\frac{\lambda\,dl}{4\pi\varepsilon R} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon R}\int_0^\pi R\,d\theta$

$V_1(O) = \frac{\pi R\lambda}{4\pi\varepsilon R} = \frac{\lambda}{4\varepsilon}$

et $V_2(O) = \int_0^\pi\frac{\lambda R\,d\theta}{4\pi\varepsilon(2R)} = \frac{\lambda R}{8\pi\varepsilon R}\int_0^\pi d\theta = \frac{\pi\lambda}{8\pi\varepsilon_0} = \frac{\lambda}{8\varepsilon_0}$

finalement $V(O) = \frac{\lambda}{4\varepsilon_0} + \frac{\lambda}{8\varepsilon} = \frac{\lambda}{4\varepsilon_0}(1 + \frac{1}{2}) = \frac{\lambda}{4\varepsilon}\frac{3}{2}$

d'où $V(O) = \frac{3\lambda}{8\varepsilon_0}$

5) la force électrostatique exercée par les 2 fils sur une charge Q placée au point O.

on a $\vec{F}_Q = \vec{F}_{q_1Q} + \vec{F}_{q_2Q} = Q\vec{E}_1(O) + Q\vec{E}_2(O)$

$\vec{F}_Q = Q(\vec{E}_1(O) + \vec{E}_2(O)) = Q\vec{E}(O)$

$\Rightarrow \vec{F}_Q = -\frac{\lambda Q}{4\pi\varepsilon R}\vec{j}$

6) le champ résultant au point O

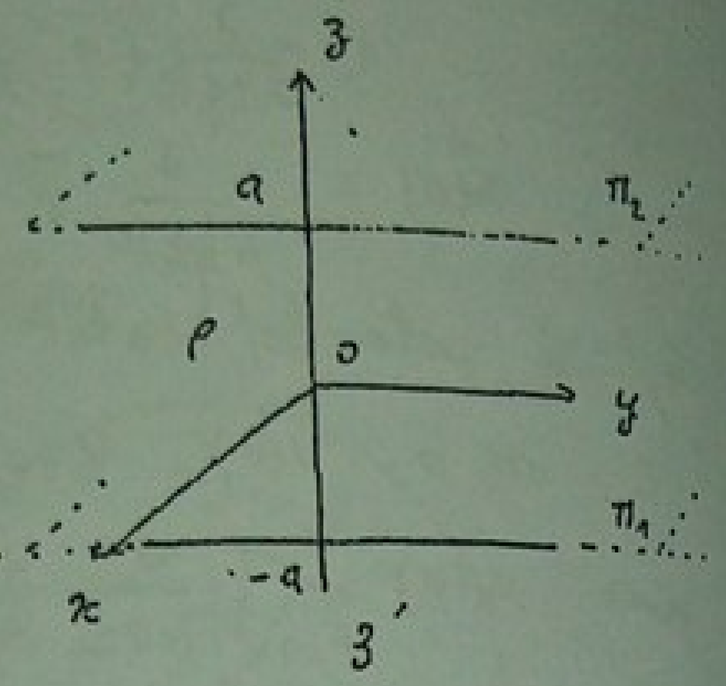
on a $\vec{E}_+(O) = \frac{+\lambda}{4\pi\varepsilon R}(-\vec{j})$ le champ crée par les 2 fils chargées par $-\lambda$

et $\vec{E}_-(O) = \frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon R}\vec{j}$ le champ crée par les 2 fils chargées $+\lambda$

$$= \frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon R}\,\vec{j} - \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon R}\,\vec{j} = \frac{-2\lambda}{4\pi\varepsilon R}\,\vec{j}$$

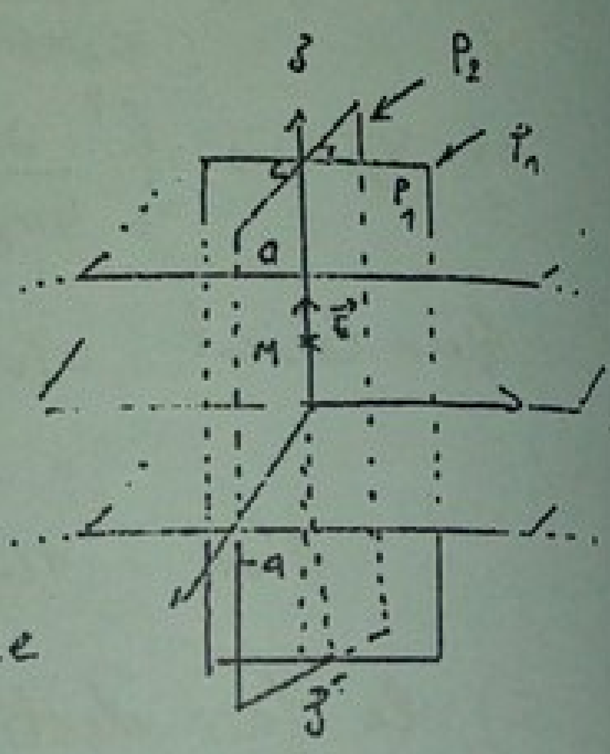
$$= \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon R}\,\vec{j}.$$

## Exercice II :



1/ le théorème de Gauss :
le flux du vecteur champ électrostatique sortant d'une surface fermée $S_g$ est égal au quotient par $\varepsilon_0$ de la somme algébrique des charges intérieures de $S_g$ ...

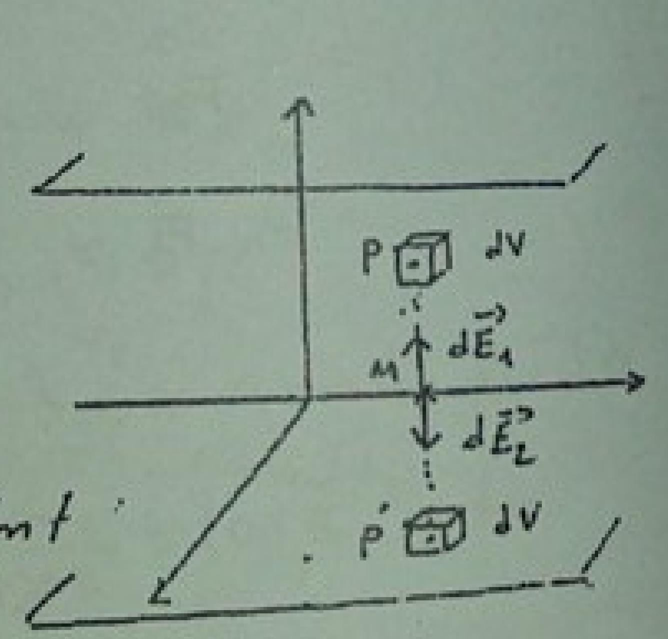
$$\oiint_{S_g} \vec{E}.\vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$



2) la direction et le sens du champ
la distribution admet comme plans de symétrie un plan $P_1$ passant par M et contenant l'axe $(zz')$ et un autre plan $P_2$ perpendiculaire à ce plan. on déduit alors que le champ $\vec{E}$ est porté par l'intersection de ces plan c'est à dir l'axe de direction $\vec{k}$

* La distribution est invariante par tout translation selon les axes $(yy')$ et $(xx')$

$$\Rightarrow \quad \vec{E}(M) = E(z)\,\vec{k}$$



* le champ est nul pour les point du plan $(xoy)$. En effet deux élément de charges $dq$ de volume $dV$ centré en $P$ et $P'$ symétriques par rapport à $(xoy)$, créent en M deux champ élémentaires $d\vec{E}_1$ et $d\vec{E}_2$ dont la résultante est nul.
il en est de même pour toutes les autre paires d'élément de charge

## Exercice :

on considère les vecteur $e_1 = (1,0,2)$, $e_2 = (1,-1,3)$ et $e_3 = (1,1,1)$

1 - calculer $2e_1 - e_2$.

2 - La famille $\{e_1, e_2\}$ est-elle libre.

3 - quel est le sous-espace vectoriel $F$ de $\mathbb{R}^3$ engendré par les vecteurs $e_1$, $e_2$ et $e_3$ ?

1/ on a $2e_1 - e_2 = 2(1,0,2) - (1,-1,3) = (2,0,4) + (-1,+1,-3)$
$= (1,1,1) = e_3$

2/ soient $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que $\alpha e_1 + \beta e_2 = 0$

$\Rightarrow \alpha(1,0,2) + \beta(1,-1,3) = (0,0,0)$

$(\alpha, 0, 2\alpha) + (\beta, -\beta, 3\beta) = (0,0,0)$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 0 \\ -\beta = 0 \\ 2\alpha + 3\beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -\beta = 0 \\ \beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \alpha = \beta = 0$$

donc la famille $\{e_1, e_2\}$ est libre. $\Rightarrow \{e_1, e_2\}$ est une base de $F$

3/ Soit $u(x,y,z) \in F$, donc $u$ s'écrit dans la base $\{e_1, e_2\}$

$u = \alpha e_1 + \beta e_2$
$= \alpha(1,0,2) + \beta(1,-1,3)$
$= (\alpha, 0, 2\alpha) + (\beta, -\beta, 3\beta)$

$u(x,y,z) = (\alpha+\beta, -\beta, 2\alpha+3\beta)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \alpha + \beta \\ y = -\beta \\ z = 2\alpha + 3\beta \end{cases} \Rightarrow \quad 2x - y = 2\alpha + 2\beta + \beta = 2\alpha + 3\beta = z$$

donc $z = 2x - y \Rightarrow 2x - y - z = 0$

Alors $F = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \;/\; 2x - y - z = 0\}$

3/ la surface de Gauss convenable :

le champ $\vec{E}(M)$ est constant sur un cylindre d'axe $zz'$ et de rayon $r$, la surface de Gauss convenable sera un cylindre de rayon $r$ et de hauteur $z$.

4) calcul de champ électrostatique $\vec{E}(M)$

on a le théorème de Gauss : $\phi = \oint_{S_g} \vec{E}(M)\cdot\vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

$S_g$ : surface de Gauss.

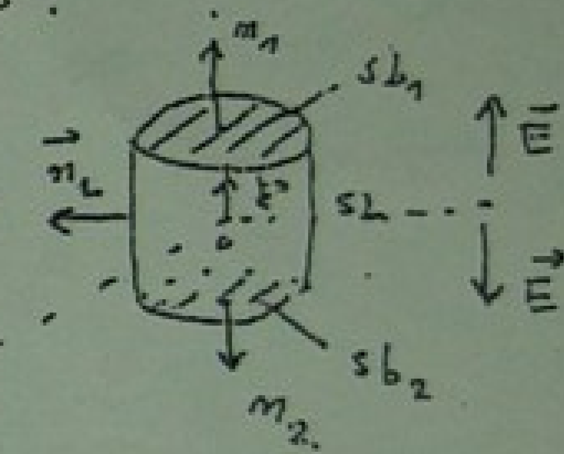
$\phi$ : le flux de $\vec{E}$ à travers $S_g$

* calcul de $\phi$

on a $\phi = \oint_{S_g} \vec{E}(M)\cdot\vec{dS} = \oint_{S_g} E\cdot\vec{k}\cdot\vec{dS}$

$S_g = S_{b_1} + S_{b_2} + S_L$ | $S_{b_1}$ et $S_{b_2}$ sont les bases ; $S_L$ : surface latéral

$\Rightarrow \phi = \iint_{S_{b_1}} \vec{E}(M)\cdot\vec{dS} + \iint_{S_{b_2}} \vec{E}(M)\cdot\vec{dS} + \iint_{S_L} \vec{E}(M)\cdot\vec{dS}$.




or $\vec{E}(M) = E\vec{k}$ ; $\vec{n}_1 = \vec{k}$, $\vec{n}_2 = -\vec{k}$, $\vec{n}_L = \vec{e_r}$

avec $\vec{n}_1\cdot\vec{k} = 1$ ; $\vec{n}_2\cdot\vec{k} = -1$ et $\vec{k}\cdot\vec{e_r} = 0$

donc $\phi = \iint_{S_{b_1}} E\vec{k}\,dS_{b_1}\cdot\vec{k} + \iint_{S_{b_2}} -E\vec{k}\,dS_{b_2}\cdot -\vec{k}$

$= \iint_{S_{b_1}} E\cdot dS_{b_1} + \iint_{S_{b_2}} E\cdot dS_{b_2}$ ; avec $S$

sur un cylindre de rayon $r$ et d'axe $(zz')$ le champ est constant.

$\Rightarrow \phi = E\cdot S_{b_1} + E S_{b_2} = 2ES_{b_1}$ (car $S_{b_1} = S_{b_2} = S$)

$= 2ES = 2E\cdot\pi r^2 z$

$\Rightarrow \phi = 2E\cdot\pi r^2 z$

(+1) $S = \pi r^2$

* $Q_{int} = \iiint \rho\, dV = \rho\cdot V$ (V : volume du cylindre)

les charges sont situé dans le volume du cylindre de Gauss.

$Q_{int} = \rho \times \pi r^2 z$

donc $2E \cdot \pi r^2 z = \frac{\rho \cdot \pi r^2}{\varepsilon_0} z$

$\Rightarrow E = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} z \Rightarrow \vec{E}(M) = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} z \vec{k}$

5) le potentiel en tout point de l'espace.

on a $\vec{E}(M) = -\vec{grad}\, V(M) = -\frac{dV(M)}{dx}\vec{i} - \frac{dV(M)}{dy}\vec{j} - \frac{dV(M)}{dz}\vec{k}$

$\Rightarrow E \cdot \vec{k} + 0\vec{i} + 0\vec{j} = -\frac{dV(M)}{dx}\vec{i} - \frac{dV(M)}{dy}\vec{j} - \frac{dV(M)}{dz}\vec{k}$

$\Rightarrow E\vec{k} = -\frac{dV(M)}{dz}\vec{k} \Rightarrow dV(M) = -E\, dz$

avec $E = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} z \Rightarrow V(M) = \int dV = \int -E\, dz$

$\Rightarrow V(M) = \int -\frac{\rho}{2\varepsilon} z\, dz = -\frac{\rho}{4\varepsilon} z^2 + cst$

on a $O(0,0,0) \Rightarrow z = 0 \Rightarrow V(0) = 0 = -\frac{\rho}{4\varepsilon} \times 0 + cst$

$\Rightarrow \boxed{cst = 0}$

finalement $V(M) = -\frac{\rho}{4\varepsilon} z^2$

---

**Année Universitaire 2007/08**

Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique
Marrakech

**Epreuve d'Electricité**
**Filières : SMP-SMC-SMA Semestre 2**
**$2^{ème}$ contrôle (Durée : 1h30')**

**Exercice 1**

Soit un conducteur (A) sphérique de rayon $R_1$ portant la charge Q. (A) est supposé en équilibre.
1. Comment est répartie la charge Q dans le conducteur (A) et avec quelle densité ?
2. Quel est le champ au voisinage du conducteur ? Justifier votre réponse.
3. Quel est le potentiel dV crée au centre O du conducteur (A) par un élément de sa surface dS portant la charge dQ ? En déduire le potentiel V du conducteur (A).
4. En déduire la capacité du conducteur (A).

Un autre conducteur (B) sphérique et creux, de rayon interne $R_2$ et externe $R_3$ ($R_1<R_2<R_3$) initialement neutre, entoure le premier conducteur (A) (qui porte toujours la charge Q).
5. Quelle est la charge $Q_B$ de (B) et comment est elle répartie ?
6. On met le conducteur (B) au sol. Quelle est la nouvelle répartition de charge ? Justifier votre réponse.
7. Quel est le potentiel $V_B$ du conducteur (B) ?
8. Déterminer le nouveau potentiel $V_A$ du conducteur (A).
9. Que représente l'association des conducteurs (A) et (B) ? Quelle est sa capacité ?

**Exercice 2**

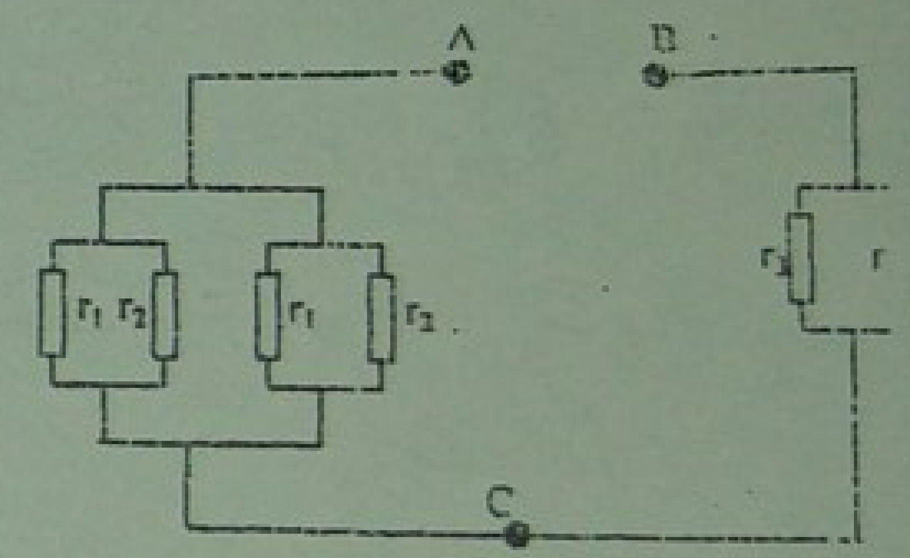
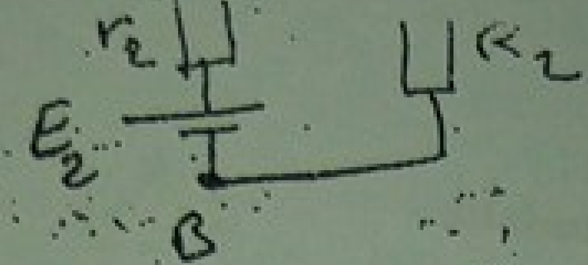


Figure1

Soit le circuit de la figure1 constitué de résistances $r_i$ (i=1, 2,3).
1-Exprimer les résistances équivalentes $R_{AC}$ entre A et C et $R_{AB}$ entre A et B en fonction des $r_i$ et calculer leurs valeurs.
On donne : $r_1 = 20\ \Omega$ ; $r_2 = 30\ \Omega$ ; $r_3 = 40\ \Omega$.
2-Supposons que l'on branche entre A et C un générateur de force électromotrice E et de résistance interne r.
a- Déterminer la ddp $U_{AC}$ entre A et C,
b- Déduire les intensités des courants qui circulent dans les résistances $r_i$ (i=1, 2,3).
c- Trouver le courant $I_1$ débité par le générateur. (On donnera l'expression littérale puis la valeur numérique). On donne $r = 1\ \Omega$ et $E = 60$ V
3-Le générateur précédent (E, r) est maintenant branché entre A et B. Calculer le courant $I_2$ débité par le générateur.
4-Comparer les expressions de $I_1$ et $I_2$. A quelle condition sont-t elles égales ? Le courant délivré par un générateur de tension dépend-il du circuit que l'on branche à ses bornes ? Justifier votre réponse.
5- Calculer pour chacune des situations des questions 2 et 3 : (On donnera les expressions littérales puis les valeurs numériques).
a- les puissances fournies par le générateur. On notera $P_1$ et $P_2$ ces puissances.
b- les puissances dissipées par effet Joule dans le générateur. On les notera $P_3$ et $P_4$.
c- les puissances dissipées par effet Joule dans le circuit extérieur au générateur. On les notera $P_5$ et $P_6$.
d- Vérifier la conservation des puissances

- $K_1$ ouvert, $K_2$ fermé




1°/ $I_2 = \dfrac{E_2}{r_2 + R_2}$

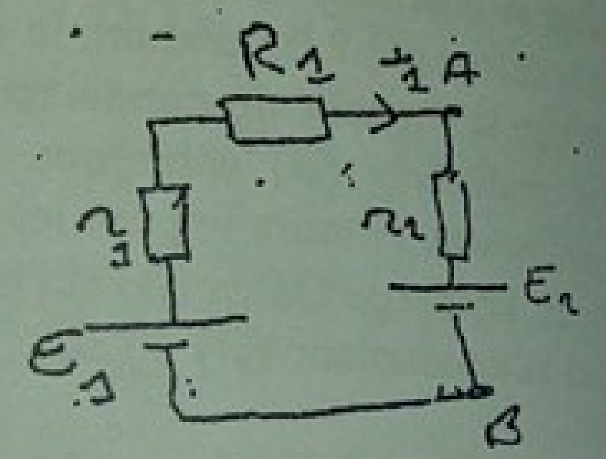
°/ $I_2 > 0 \Rightarrow E_2$ est un générateur car le courant sort par sa borne ⊕

°/ $P_2 = U_{AB} I_2 = (E_2 - r_2 I_2) I_2 = E_2 I_2 - r_2 I_2^2$

$E_2 I_2$ : puissance fournie (ou développée) par le générateur

$r_2 I_2^2$ : " perdue par effet Joule dans la résistance interne

- $K_1$ et $K_2$ fermés

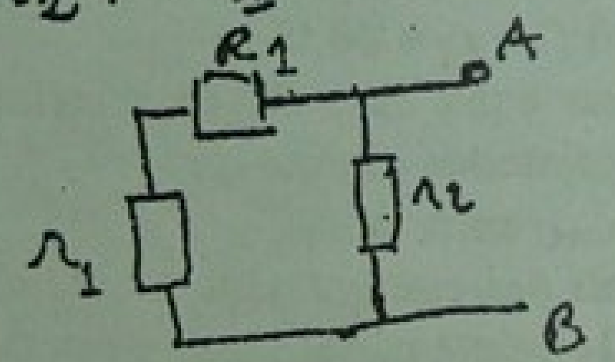



/ Théo de Thevenin:

On enlève $R_2$ et on remplace le reste du circuit par le générateur de Thevenin équivalent ($E_{th}$, $R_{th}$)

$E_{th} = (V_A - V_B)_{\text{à vide}}$ ; D'après A-1°) $I_1 = \dfrac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2 + R_1}$

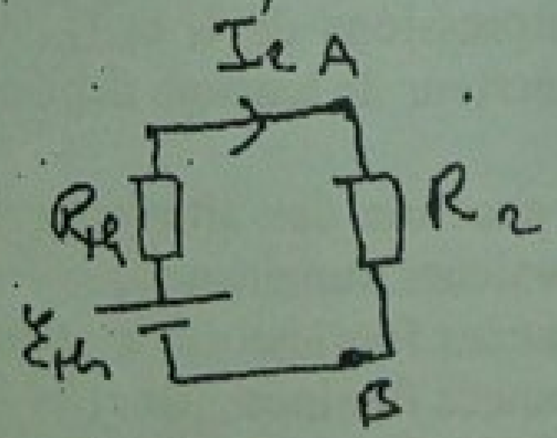
$= r_2 I_1 + E_2 = \dfrac{r_2 E_1 + (r_1 + R_1) E_2}{r_1 + r_2 + R_1}$




* $R_{th}$ , on annule $E_1$ et $E_2$

$R_{th} = (R_1 + r_1) // r_2$

$= \dfrac{r_2 (R_1 + r_1)}{r_1 + r_2 + R_1}$

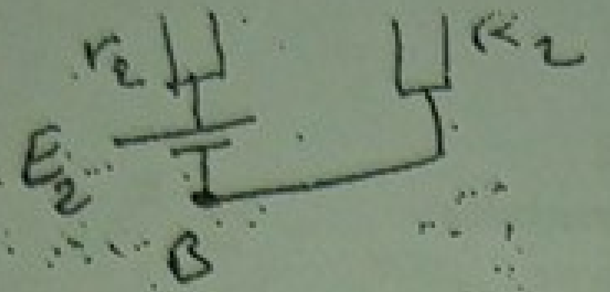



on branche $R_2$ aux bornes du générateur de Thevenin : $\Rightarrow I'_2 = \dfrac{E_{th}}{R_{th} + R_2}$

$I'_2 = \dfrac{r_2 E_1 + (r_1 + R_1) E_2}{r_2 (R_1 + r_1) + R_2 (r_1 + r_2 + R_1)}$

2/ $P_{R} \quad I'^2$ c'est une puissance dissipée par effet Jo

- $K_1$ ouvert, $K_2$ fermé




1/ $I_2 = \frac{E_2}{r_2+R_2}$

2/ $I_2 > 0 \Rightarrow E_2$ est un générateur car le courant sort par sa borne ⊕

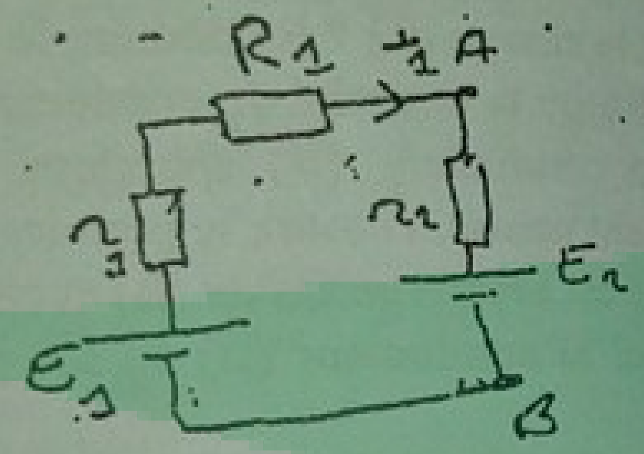
3/ $P_2 = U_{AB} I_2 = (E_2 - r_2 I_2) I_2 = E_2 I_2 - r_2 I_2^2$

$E_2 I_2$ : puissance fournie (ou developpée) par le générateur

$r_2 I_2^2$ : " perdue par effet Joule dans la résistance interne

- $K_1$ et $K_2$ fermés

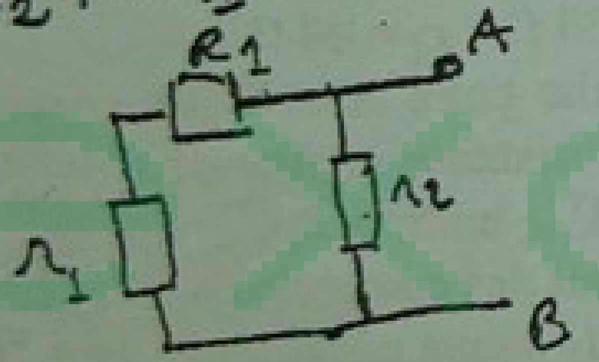
1/ Théo de Thevenin :




On enlève $R_2$ et on remplace le reste du circuit par le générateur de Thevenin équivalent $(\mathcal{E}_{th}, R_{th})$

$\mathcal{E}_{th} = V_A - V_B)_{\text{à vide}}$ ; D'après A-1°) $I_1 = \frac{E_1 - E_2}{r_1+r_2+R_1}$

$= r_2 I_1 + E_2 = \frac{r_2 E_1 + (r_1+R_1) E_2}{r_1+r_2+R_1}$

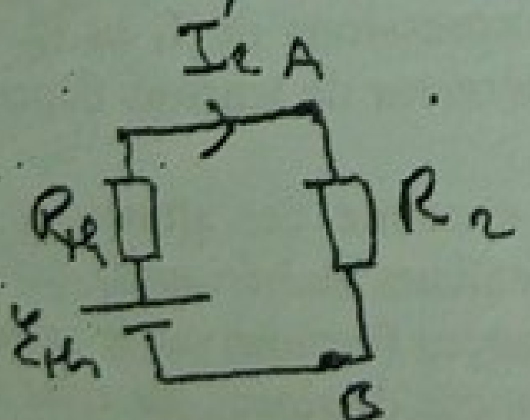



* $R_{th}$, on annule $E_1$ et $E_2$

$R_{th} = (R_1 + r_1) // r_2$

$= \frac{r_2(R_1+r_1)}{r_1+r_2+R_1}$

.. on branche $R_2$ aux bornes du générateur de Thevenin : $\Rightarrow I'_2 = \frac{\mathcal{E}_{th}}{R_{th}+R_2}$




$I'_2 = \frac{r_2 E_1 + (r_1+R_1) E_2}{r_2(R_1+r_1) + R_2(r_1+r_2+R_1)}$

3/ $P = R\, I'^2$ c'est une puissance dissipée par effet Jo[ule]

$\Rightarrow \vec{E}$ est porté par $\vec{e}_r$ et ne dépend que de $r$

(en coord. sphériques) $\vec{E} = E(r)\, \vec{e}_r$

La surf. de Gauss choisie est une sphère de centre o et de rayon $R_1 < r < R_2$

$\oiint_S \vec{E} \cdot \vec{dS} = \oiint_S E . dS = E \oiint_S dS = E 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

$\Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \vec{e}_r$

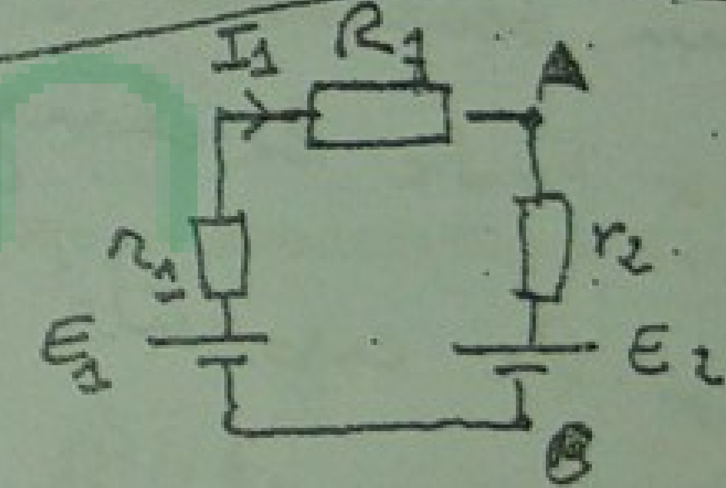
$V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot \vec{dr} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$

2°/ $C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

3°/ $W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{Q^2 (R_2 - R_1)}{8\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}$

---

Ex 2// A - $K_1$ fermé, $K_2$ ouvert $\Rightarrow$




1°/ $I_1 = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2 + R_1}$ ($I_1 > 0$ car $E_1 > E_2$)

2°/ $I_1 > 0$ le sens réel est celui choisi sur le schéma

$\Rightarrow$ * $I_1$ sort par la borne ⊕ de $E_1 \Rightarrow E_1$ est générateur

* $I_1$ entre " " ⊕ de $E_2 \Rightarrow E_2$ est récepteur

3/ $P_1 = U_{AB} \cdot I_1$ avec $U_{AB} = r_2 I_1 + E_2 \Rightarrow P_1 = E_2 I_1 + r_2 I_1^2$

$E_2 I_1$ : puissance transformée par le récepteur

$r_2 I^2$ ...

Vitesse moyenne nulle ⇒ $\Sigma F = 0$ ⇒

Ex 1/ A - 1) Conducteur en équilibre ⇒ $\vec{E}_{int} = \vec{0}$ 1pt

2) $\vec{E}_{int} = -\vec{grad}\, V_{int} = \vec{0}$ ⇒ $V_{int} = cste$ 1pt

3) $div\, \vec{E}_{int} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0$ ⇒ $\rho = 0$ ⇒ Q répartie en surface pt

pt


B - 1) toutes les lignes de champ émanant de $S_1$ sont interceptées par $S_2$ (ou $S_2$ entoure $S_1$)
⇒ les 2 conducteurs sont en influence totale.

2) influence totale ⇒ $Q_{2\,int} = -Q$, et puisque $S_2$ est neutre

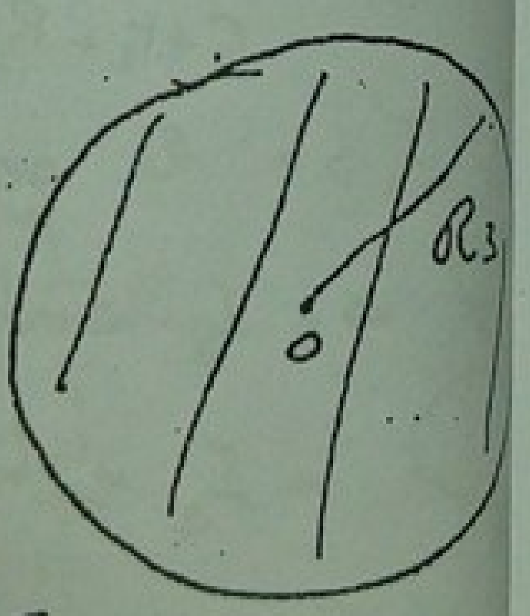
⇒ $Q_2 = Q_{2\,int} + Q_{2\,ext} = 0$ ⇒ $Q_{2\,ext} = -Q_{2\,int} = Q$

3) Lorsqu'on relie $(S_1)$ et $(S_2)$ par un fil conducteur, on n'a qu'un seul conducteur en équilibre ⇒

* toute la charge Q se met en surface (de rayon $R_3$)

* la capacité est celle d'un conducteur sphérique en équilibre : $C = 4\pi\varepsilon_0 R_3$

en effet, la distribution est sphérique




pour $r > R_3$ tout se passe comme si toute la charge est concentrée en O ⇒ $V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

par continuité, sur la sphère $V = V(R_3) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$

d'où $C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R_3$

$\boxed{7}$ 12


UNIVERSITE CADI AYYAD
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
MARRAKECH


Année universitaire 2007/2008

1

## Contrôle de Rattrapage : Module de Physique 2 SMPC-SMA

### Electricité durée 1h30

**Exercice 1**

Une spire placée dans le plan (Oxy) de centre O et de rayon R est chargée uniformément avec la densité linéique $\lambda > 0$.

1) Déterminer le champ électrostatique et le potentiel en un point P de l'axe (Oz) de la spire.
2) En déduire le champ électrostatique crée par une couronne élémentaire ( de rayon r et d'épaisseur dr placée dans le plan (Oxy) chargée par une densité surfacique $\sigma$ ) en un point P de son axe (Oz).
3) En déduire le champ crée par un disque de centre O et de rayon R chargé avec une densité surfacique $\sigma$.
4) En déduire le champ et le potentiel crées par un plan infini chargé avec la densité surfacique $\sigma$.

**Exercice 2**

Deux sphères conductrices (S1) et (S2) de même rayon r = 1cm de centres $O_1$, $O_2$ séparés par la distance d = 10cm. Les deux sphères (S1) et (S2) portent respectivement les charges $Q_1$ et $Q_2$. On admettra que l'action d'une sphère à une distance égale à 10 fois son rayon est la même que si toute sa charge était au centre. On supposera que la répartition des charges est uniforme sur les deux sphères.

1) Calculer les potentiels $V_1$ et $V_2$ des deux sphères en fonction de $Q_1$, $Q_2$, r et d.
2) Exprimer les charges $Q_1$, $Q_2$, en fonction des potentiels $V_1$, $V_2$, r et d.
3) En déduire les capacités et les coefficients d'influence de ce système de conducteurs.
4) Quelle est alors l'énergie du système ?

**Exercice 3**

On dispose de n générateurs de f.e.m. $E_1, E_2, E_3, \ldots, E_n$ et de résistances internes $r_1, r_2, r_3, \ldots, r_n$.

A. On réalise une association en série de ces générateurs,

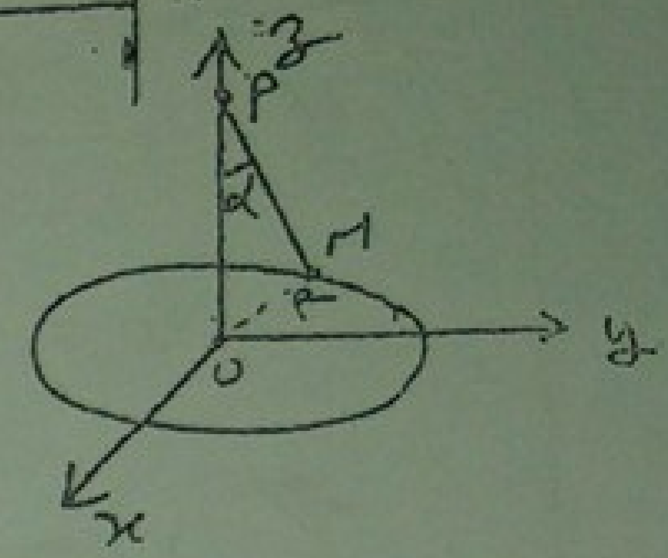
1) Faire le schéma de cette association en série.
2) Calculer la f.e.m. $E_{eq}$ et la résistance interne $\rho$ du générateur équivalent à cette association.
3) On suppose que les n générateurs ainsi associés sont maintenant identiques de même f.e.m. E et de même résistance interne r. Cette association alimente une résistance R. Calculer le courant I qui traverse la résistance R.
4) Dans le cas où (n.r) est très petit devant R, que devient le courant I.
5) En déduire l'intérêt de l'association série.

B. Entre deux points N et M, On réalise maintenant l'association parallèle des générateurs $(E_1\ r_1)$, $(E_2\ r_2)$, … $(E_n\ r_n)$

1) Faire le schéma de cette association.
2) Ecrire la loi des nœuds en N.
3) Ecrire la loi d'Ohm pour le générateur de la branche $(E_j\ r_j)$, $1 \le j \le n$.
4) En déduire la f.e.m. $E_{eq}$ du générateur équivalent à cette association.
5) Calculer la résistance interne $\rho$ du générateur équivalent.
6) On suppose que les n générateurs ainsi associés sont maintenant identiques de même f.e.m. E et de même résistance interne r. Cette association alimente une résistance R, Calculer le courant I qui traverse la résistance R.
7) Comparer le courant I traversant la résistance R au courant $I_j$ traversant chaque générateur $(E_j, r_j)$, en déduire l'intérêt de l'association parallèle.

Corrigé. Contrôle de rattrapage
SMPC – SMA
Electricité

Exercice 1




1/ L'axe $oz$ de la spire est un axe de symétrie
$\Rightarrow$ le champ au point $P$ est porté par cet axe

$$\Rightarrow dE_z = d\vec{E}\cdot\vec{k} = \frac{\lambda\, dl}{4\pi\varepsilon_0 (MP)^2}\cos\alpha$$

Lorsqu'on parcourt toute la spire, $PM$ et $\alpha$ restent constants

$$\Rightarrow \vec{E} = E_z\vec{k} = \frac{\lambda\cos\alpha}{4\pi\varepsilon_0 PM^2}\int dl\,\vec{k} = \frac{\lambda\cos\alpha}{4\pi\varepsilon_0 PM^2}\,2\pi R\,\vec{k}$$

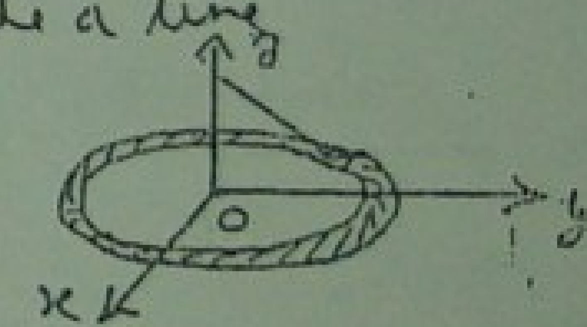
sachant que : $\cos\alpha = \frac{z}{PM} = \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\frac{Rz}{(z^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}\vec{k}}$$

* pour le potentiel, on a $dV(P) = \frac{\lambda\, dl}{4\pi\varepsilon_0 MP}$

d'où $V(P) = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0 PM} = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\frac{R}{(z^2+R^2)^{\frac{1}{2}}}$

2/ la couronne élémentaire est assimilable à une spire à condition de considérer que :




$$dq_s = dq_c \Leftrightarrow \sigma ds = \lambda dl$$
$$\Leftrightarrow \sigma\, dr\, \cancel{dl} = \lambda \cancel{dl}$$

d'où $d\vec{E}_c = \frac{rz\sigma\, dr}{2\varepsilon_0 (z^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}\vec{k}$

3/ pour le disque, on somme sur $r$ variant de $0$ à $R$

soit $\vec{E}_D = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{r\,dr}{(z^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}\vec{k} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\frac{z}{|z|} - \frac{z}{(z^2+R^2)^{\frac{1}{2}}}\right]\vec{k}$

4/

56

Le plan infini est un disque de rayon $R \to \infty$

$$\Rightarrow \vec{E}_p = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{z}{|z|}\vec{k} = \pm\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{k} \cdot \begin{cases} + \text{ si } z > 0 \\ - \text{ si } z < 0 \end{cases}$$

Exercice 2

1/ $$V_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 d}$$

$$V_2 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 d} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

2/ $$\begin{cases} 4\pi\varepsilon_0 V_1 = \frac{Q_1}{r} + \frac{Q_2}{d} \\ 4\pi\varepsilon_0 V_2 = \frac{Q_1}{d} + \frac{Q_2}{r} \end{cases}$$ la resolution de ce système peut se faire de plusieurs manières

on obtient à la fin

$$\begin{cases} Q_1 = 4\pi\varepsilon_0 \frac{rd}{d^2 - r^2}(V_1 d - r V_2) \\ Q_2 = \frac{4\pi\varepsilon_0 rd}{d^2-r^2}(-rV_1 + dV_2) \end{cases}$$

3/ $$\boxed{C_{11} = C_{22} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{rd^2}{d^2-r^2}} \; ; \; \boxed{C_{12} = C_{21} = -\frac{r^2 d \, 4\pi\varepsilon_0}{d^2-r^2}}$$

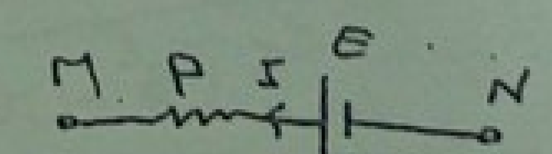
4/ $$W = \frac{1}{2}(Q_1V_1 + Q_2V_2) = \frac{1}{2}\left(C_{11}V_1^2 + C_{12}V_1V_2 + C_{21}V_1V_2 + \dots\right)$$

$$= \frac{1}{2}C_{11}(V_1^2 + V_2^2) + C_{12}V_1V_2$$

Exercice 3

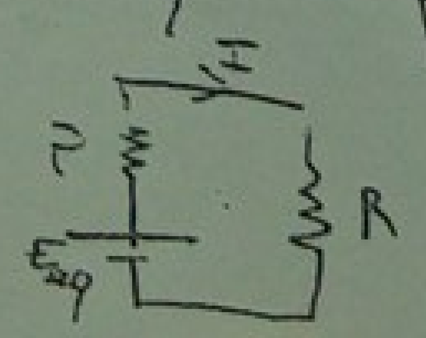
A/

1/ 

2/ le schéma est equivalent à 

c à d $$V_M - V_N = \sum_{i=1}^{m} E_i - I\sum r_i$$
$$= E - \rho I$$
$$\Rightarrow \begin{cases} E_{eq} = \sum_i E_i \\ \rho = \sum_i r_i \end{cases}$$

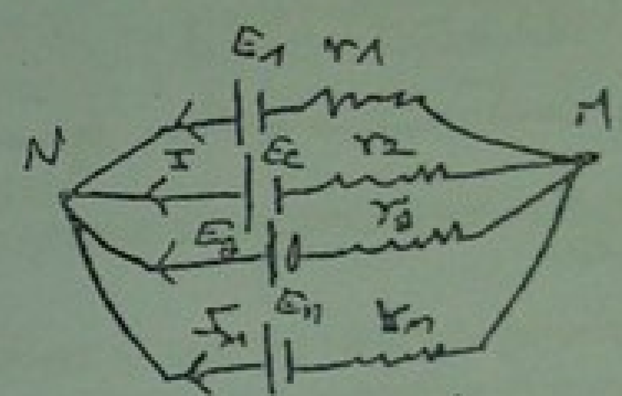
3/ $E_{eq} = nE$ et $\rho = nr$



$$I = \frac{E_{eq}}{\rho + R} = \frac{nE}{nr + R}$$

4/ $nr \ll R \Rightarrow I \simeq \frac{nE}{R} = n i$ ($i$ : courant debité par un generateur $(E, r)$)

5/ le courant debité est multiplié par le nbre de generateurs.

B/ 1/ 

2/ au noeud N on a :

$$\sum_{j=1}^{n} I_j = 0$$

3/ $V_N - V_M = E_j - r_j I_j$

4/ $E_{eq} = V_N - V_M$ à vide $= E_j - r_j I_j$ ($j = 1$ ou $2$, ou, ..., ou $n$)

donc $$I_j = \frac{E_j - E_{eq}}{r_j}$$ (loi de pouillet)

or $$\sum_{j=1}^{n} I_j = 0 \Leftrightarrow \sum_j \frac{E_j}{r_j} - E_{eq}\sum_j \frac{1}{r_j} = 0$$

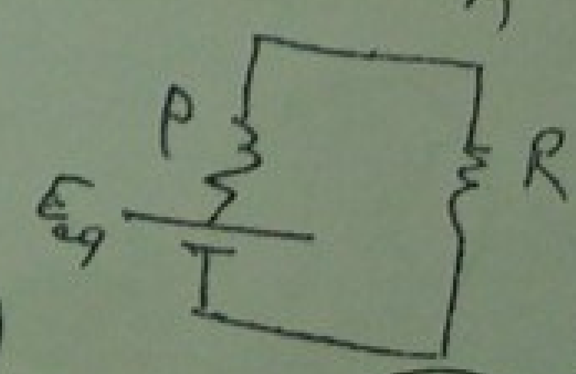
$$\Leftrightarrow E_{eq} = \frac{\sum_j \frac{E_j}{r_j}}{\sum_j \frac{1}{r_j}}$$

5/ les resistances $r_j$ sont associées en //

$$\Rightarrow \frac{1}{\rho} = \sum_j \frac{1}{r_j} \Rightarrow \rho = \frac{1}{\sum_j \frac{1}{r_j}}$$

6/ $$E_{eq} = \frac{n\frac{E}{r}}{\frac{n}{r}} = E \quad \text{et} \quad \rho = \frac{r}{n}$$

$$I = \frac{E_{eq}}{\rho + R} = \frac{E}{\frac{r}{n} + R}$$



7/ $I = \sum_{j=1}^{n} I_j = n I_j$ l'intérêt de cette associatio

D'après 6/ $I = \dfrac{E}{\frac{r}{n} + R}$

et diminuer la resistance interne du générateur équivalent et de multiplier .

à rédiger


UNIVERSITE CADI AYYAD
FACULTE DES SCIENCES SEMLALIA
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
MARRAKECH



Année Universitaire 2006-07
Module de Physique 2
SMPC- SMA


## Premier Contrôle

## ELECTRICITE 1 : durée 1 h30mn

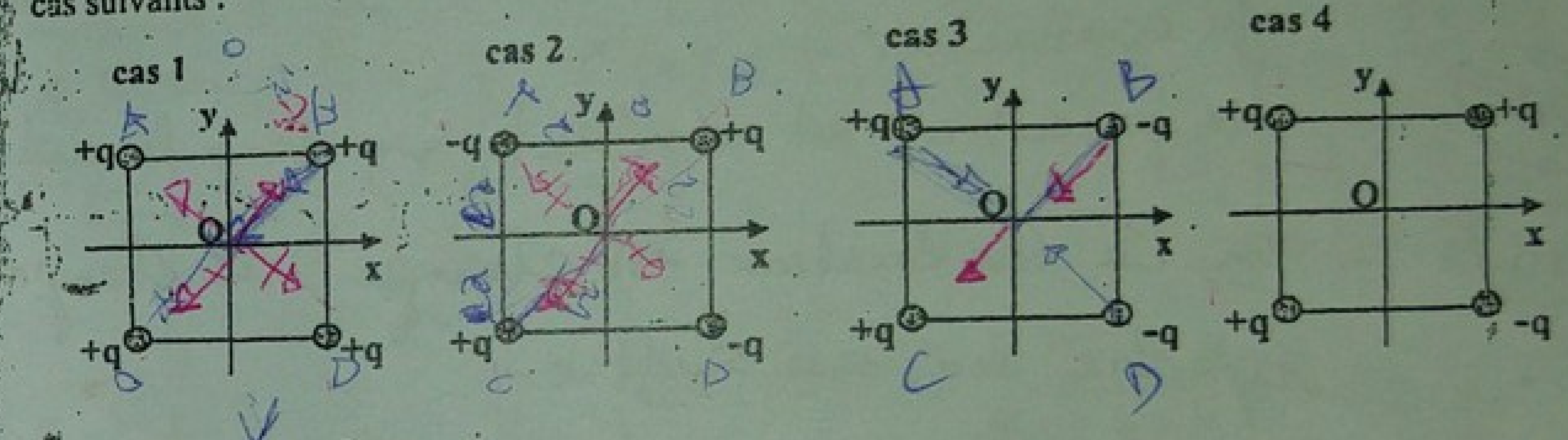
**Question de cours :**

Rappeler les propriétés d'un conducteur en équilibre électrostatique.

**Exercice 1 : système de quatre charges ponctuelles.**

Soient quatre charges ponctuelles disposées au sommet d'un carré dont la longueur de la diagonale est 2 a .

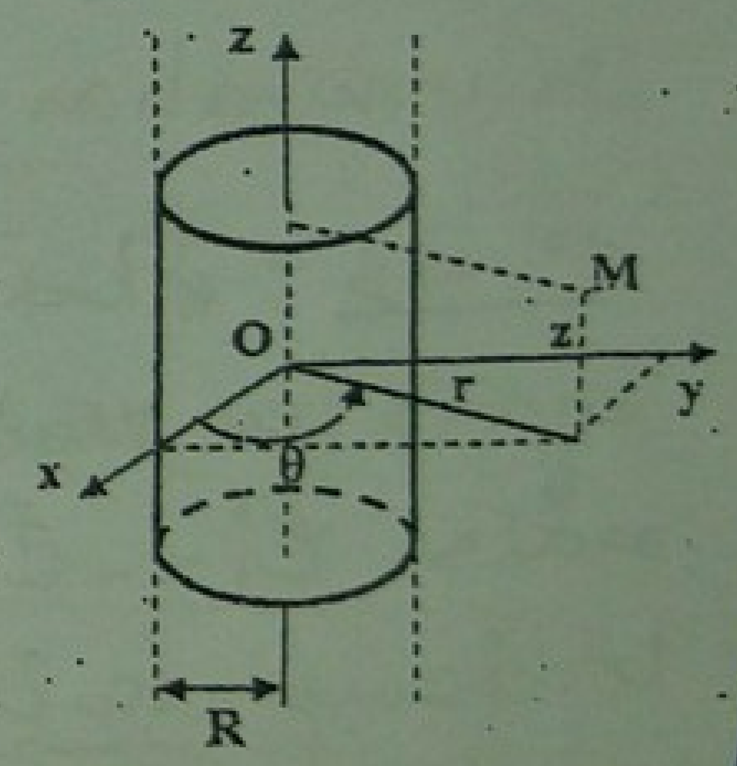
Déterminer le champ $\vec{E}$ et le potentiel V électrostatiques au centre O (0,0) du carré dans les cas suivants :




Représenter $\vec{E}(O)$ dans chacun de ces cas.

**Exercice 2 : Distribution cylindrique de charges.**

On considère un cylindre de rayon *R*, de longueur infinie, chargé uniformément en surface par une densité surfacique de charges σ (σ > 0). A l'aide du théorème de Gauss, on désire déterminer le champ électrostatique $\vec{E}$ en tout point M de l'espace, créé par cette distribution. M est un point situé à la distance r de l'axe (Oz) du cylindre et repéré par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z) *(voir figure)* .




1° - Par des considérations de symétrie et d'invariances, déterminer la direction de $\vec{E}(M)$ et les variables dont il dépend.

2° - a - Définir précisément la surface de Gauss que vous utilisez (en justifiant votre choix).

b - Déterminer le champ $\vec{E}(M)$ en tout point *M* de l'espace ($r < R$ et $r > R$).

3° - En déduire le potentiel V(M) pour tous les points M de l'espace ($r < R$ et $r > R$) (On prendra comme origine des potentiels $V = V_0$ en $r = 0$).

4° - Tracer les courbes de variations E(r) *et* V(r) en fonction de r (où *E(r)* est la norme du champ). Conclure.

5° - Quelles sont les lignes de champ et les surfaces équipotentielles pour cette distribution de charges?

11/04/07

Corrigé du contrôle 1

Electricité 1 SMPC-SMA $S_2$

**Question de cours (2pts)**

Les propriétés d'un conducteur en équilibre électrostatique sont les suivants :

(0,75) – Le champ électrique est nul à l'intérieur du conducteur

(0,75) – Le potentiel est constant sur tout le conducteur

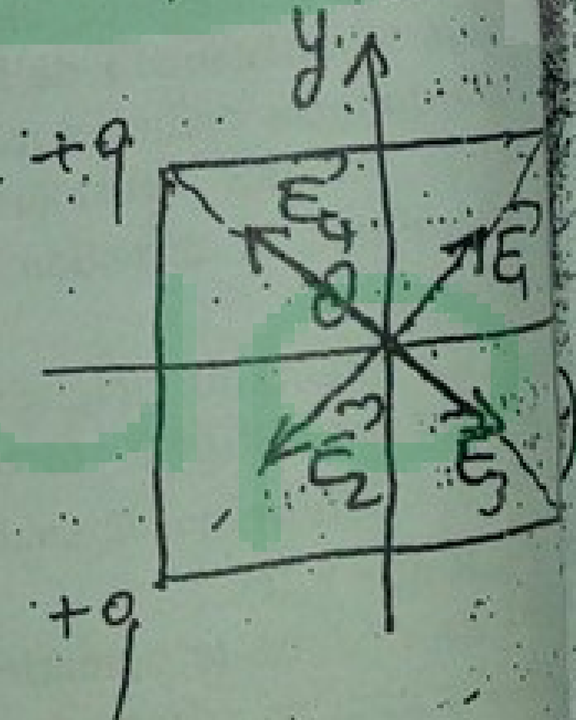
(0,5) – si le conducteur est chargé, la charge est repartie sur sa surface.

**Exercice 1 (8pts)**

Détermination de $\vec{E}$ et V pour les cas suivants :

1er cas : * Les 4 champs sont égals en module : $E_1 = E_2 = E_3 = E_4$

mais $\vec{E_1} = -\vec{E_2}$ et $\vec{E_3} = -\vec{E_4}$




Le champ résultant $\vec{E}(0)$ égal donc

(1) à zéro : $\boxed{\vec{E}(0) = \vec{0}}$

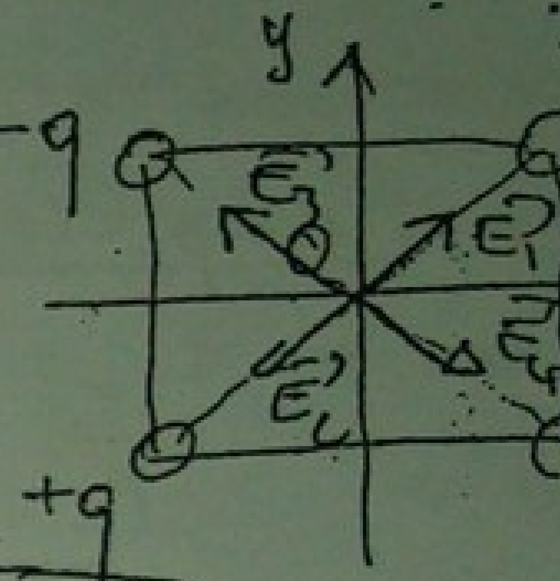
* Le potentiel V(0) :

$$V(0) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} = 4\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

(1) d'où $\boxed{V(0) = \frac{q}{\pi\varepsilon_0 a}}$

2ème cas :

* champ $\vec{E}(0)$ : même raisonnement que le 1er cas $\Rightarrow \boxed{\vec{E}(0) = \vec{0}}$

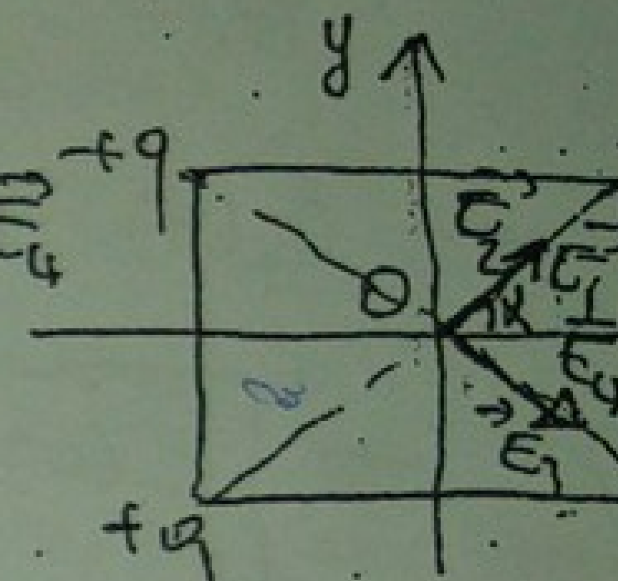



* Potentiel V(0) :

$$V(0) = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 a} - \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 a} = 0 \Rightarrow \boxed{V(0) = 0}$$

3ème cas :

* Champ $\vec{E}(0)$ : $\vec{E}(0) = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \vec{E_3} + \vec{E_4}$




$\vec{E}(0) = 2(\vec{E_1} + \vec{E_3})$

$$\left.\begin{aligned} \text{or } \vec{E_1} &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{u_1} \\ \vec{E_3} &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{u_2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \vec{E}(0) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 a^2}(\vec{u_1} + \vec{u_2})$$

projection de $\vec{u_1}$ et $\vec{u_2}$ sur la base $(\vec{i}, \vec{j})$ :

$$\begin{cases} \vec{u_1} = \cos\alpha\,\vec{i} + \sin\alpha\,\vec{j} \\ \vec{u_2} = \cos\alpha\,\vec{i} - \sin\alpha\,\vec{j} \end{cases} \text{ avec } \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\begin{cases} \vec{u_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i} + \vec{j}) \\ \vec{u_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i} - \vec{j}) \end{cases} \Rightarrow \vec{u_1} + \vec{u_2} = \sqrt{2}\,\vec{i}$$

d'où $\boxed{\vec{E}(0) = \frac{\sqrt{2}\,q}{2\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{i} = \frac{q}{\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{i}}$

* potentiel V(0) :

$$V(0) = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 a} - \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 a} = 0 \Rightarrow V(0) =$$

4ème cas :

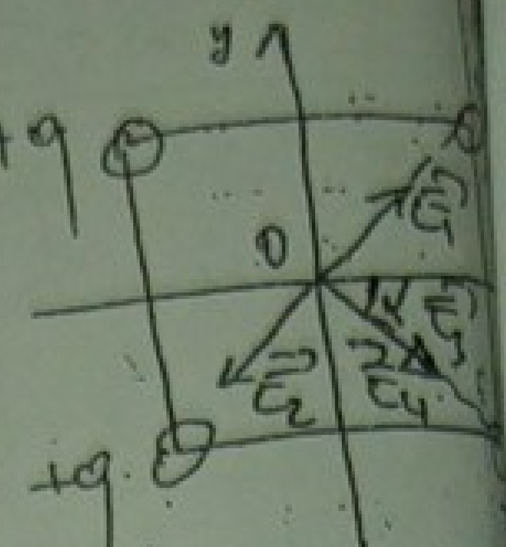
* champ $\vec{E}(0)$ : $\vec{E}(0) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4$

on a $\vec{E}_2 = -\vec{E}_1$ et $\vec{E}_3 = \vec{E}_4$

d'où $\vec{E}(0) = \vec{E}_1 - \vec{E}_1 + \vec{E}_3 + \vec{E}_3$

$\vec{E}(0) = 2\vec{E}_3$

$\vec{E}(0) = \frac{2q}{4\pi\varepsilon a^2}(\cos\alpha\,\vec{i} - \sin\alpha\,\vec{j})$ , $\alpha = \frac{\pi}{4}$




$\Rightarrow \vec{E}(0) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 a^2}\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i} - \vec{j})$

$\Rightarrow \boxed{\vec{E}(0) = \frac{\sqrt{2}\,q}{4\pi\varepsilon a^2}(\vec{i} - \vec{j})} = \frac{q}{2\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 a^2}(\vec{i}$ ...

1

* Potentiel $V(0)$ :

$V_1(0) = \frac{3q}{4\pi\varepsilon_0 a} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 a}$

$\Rightarrow \boxed{V(0) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 a}}$

1

Exercice 2 : (10 pts)

1/ Direction et sens du champ électro...

Par des considérations de symétrie, on ... déterminer cette direction. Deux cas de ... seront utilisés :

1er cas :

Deux éléments de surface $dS$ symétriques ...

4°/ Le potentiel du 1er conducteur s'obtient ... à partir de $V(r)$ lorsque $r = R_1$

1pt $\Rightarrow \boxed{V_1 = V(R_1) = \frac{\sigma R_1}{\varepsilon_0}\,\text{Log}\,\frac{R_2}{R_1}}$

1pt * sur une longueur $h$, l'armature interne porte la charge $\boxed{Q_h = \sigma S_h = \sigma 2\pi R_1 h}$.

1pt * la charge par unité de longueur est : $Q = \frac{Q_h}{h}$

$\Rightarrow \boxed{Q_1 = \sigma 2\pi R_1}$

* d'où la capacité $C$ par unité de longueur

1pt $\boxed{C = \frac{Q_1}{V_1 - V_2} = \frac{\sigma 2\pi R_1}{\frac{\sigma R_1}{\varepsilon_0}\,\text{log}\,\frac{R_2}{R_1}} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\text{Log}\,\frac{R_2}{R_1}}}$

1pt 5°/ $C = \frac{2\pi\cdot\frac{1}{32\pi}\cdot 10^{-9}}{\text{Log}\,2} = 8\cdot 10^{-11}\,F$

1pt 6°/ $Q_1 = C(V_1 - V_2) = C_1 V_1 = 8\cdot 10^{-9}\,C$

1pt 7°/ $W = \frac{1}{2}Q(V_1 - V_2) = \frac{1}{2}QV_1 = 4\cdot 10^{-7}\,J = \frac{1}{2}C$ ...

60

EX 2 : 1/ on remplace tous les générateurs sauf (3) un par leurs résistances interne. et on calcul le courant i circul dans la résistance R. Les générateurs étant identiques, d' le théorème de superposition : on a $I = n i$

Calcule de $i$ : on a $(n-1)$ résistances en parallèles qu'on rem par leur résistance équivalente $\frac{r}{n-1}$.

Le courant $I'$ débité par le générateur est :

$$I' = \frac{E}{r + \left(\frac{r}{n-1} \parallel R\right)} = \frac{E}{1 + \frac{rR}{\frac{r}{n-1} + R}}$$

soit $\boxed{I' = \frac{E(r + (n-1)R)}{r(r + nR)}}$

(1,5 pt)

D'autre part on a $Ri = E - rI' \Leftrightarrow i = \frac{E - rI'}{R}$

d'où $\boxed{i = \frac{E}{r + nR}}$

1 pt

$\boxed{I = ni = \frac{nE}{r + nR}}$

0,5 pt

2°) $P_1 = RI^2 = \frac{R(nE)^2}{(1 + nR)^2}$

1 pt

3°) D'après la loi de Pouillet on a $\boxed{I = \frac{nE}{nr + R}}$

1 pt

$P_2 = RI^2 = \frac{R(nE)^2}{(nr + R)^2}$

1 pt

D'autre part $\phi = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ d'où $E(r) = \frac{Q_{int}}{2\pi \varepsilon_0 h r}$

$Q_{int}$ est la somme des charges à l'intérieur de

Deux cas à distinguer :

1er cas : $r < R$ (M à l'intérieur du cylindre.

$Q_{int} = 0$ (pas de charge à l'intérieur, les charges sont en surface)

(1) d'où $\boxed{E(r) = 0}$

2ème cas : $r > R$ ( M à l'extérieur )

$Q_{int} = \sigma \cdot 2\pi R h$.

(1) d'où $\boxed{E(r) = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r} \quad \text{ou} \quad \vec{E}(M) = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r} \vec{e_r}}$

3/ Le potentiel V(M) en tout pt M de l'espace

Le potentiel en tout point M de l'espace. se déduit de la relation $\vec{E} = -\vec{grad} V$

(0,5) Puisque $\vec{E}$ ne dépend que de $r$, on a alors

$E = -\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{dV}{dr}$ soit $dV = -E dr$

1er cas : $r < R \Rightarrow E(r) = 0$ d'où $dV_i = 0$.

(0,5) $\Rightarrow V_i = cste$ ($V_i$ potentiel à l'intérieur).

D'après la condition aux limite pour $r = 0 \Rightarrow V_i = V_0$

d'où $\boxed{V_i = V_0}$

2ème cas $r \geq R \rightarrow E = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r}$

$\Rightarrow dV_e = -\frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r} dr \Rightarrow V_e = -\frac{\sigma R}{\varepsilon_0} \text{Log}\, r + C$

(0,75) $V_e$ potentiel à l'exterieur et $C$ est une constante

Détermination de la constante $C$ :

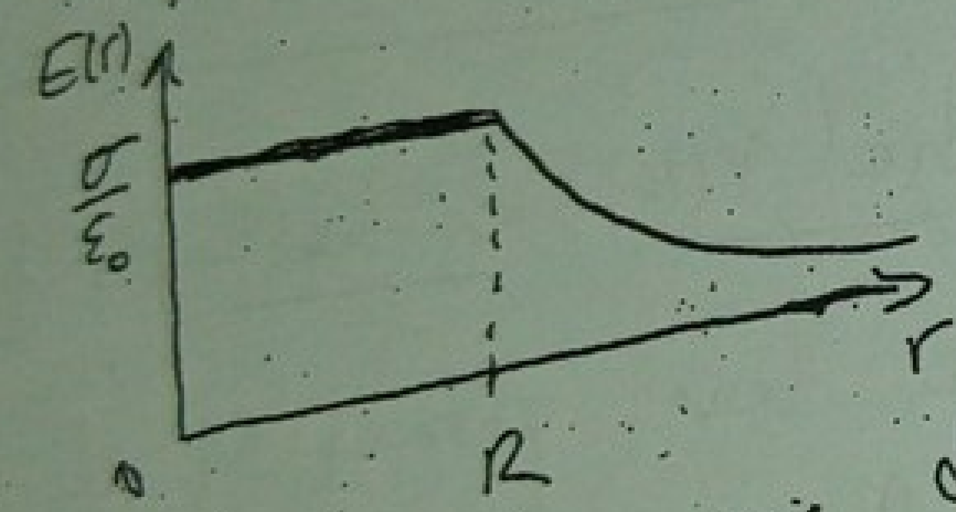
En utilisant la continuité du potentiel pour $r = R$

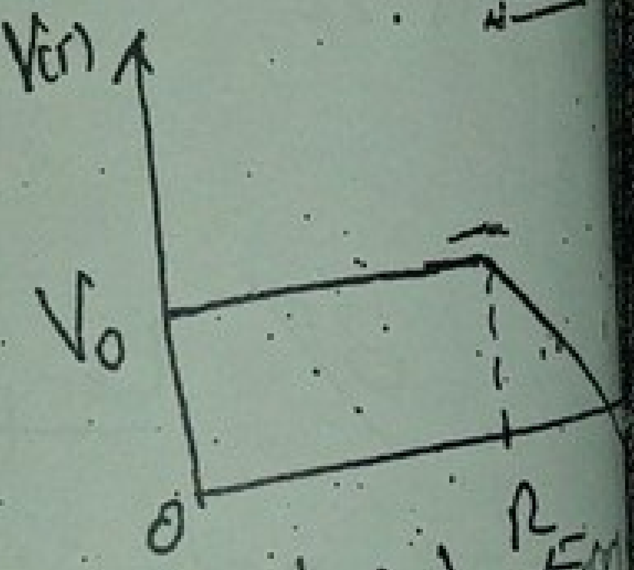
on a $V_i(R) = V_e(R)$ soit $V_0 = -\frac{\sigma R}{\varepsilon_0} \text{Log} R + C$

(0,75) d'où $C = V_0 + \frac{\sigma R}{\varepsilon_0} \text{Log} R$.

$$\boxed{V_e = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0} \text{Log} \frac{R}{r} + V_0}$$

4°/ Représentation de $E(r)$ et $V(r)$ en fonction de $r$




(1) On remarque une discontinuité de $E(r)$ $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ et continuité du potentiel $V(r)$.

(0,5)

5°/ Lignes de champ et surfaces équipotentielles

(0,5) Puisque $\vec{E}$ est perpendiculaire à l'axe du cylindre

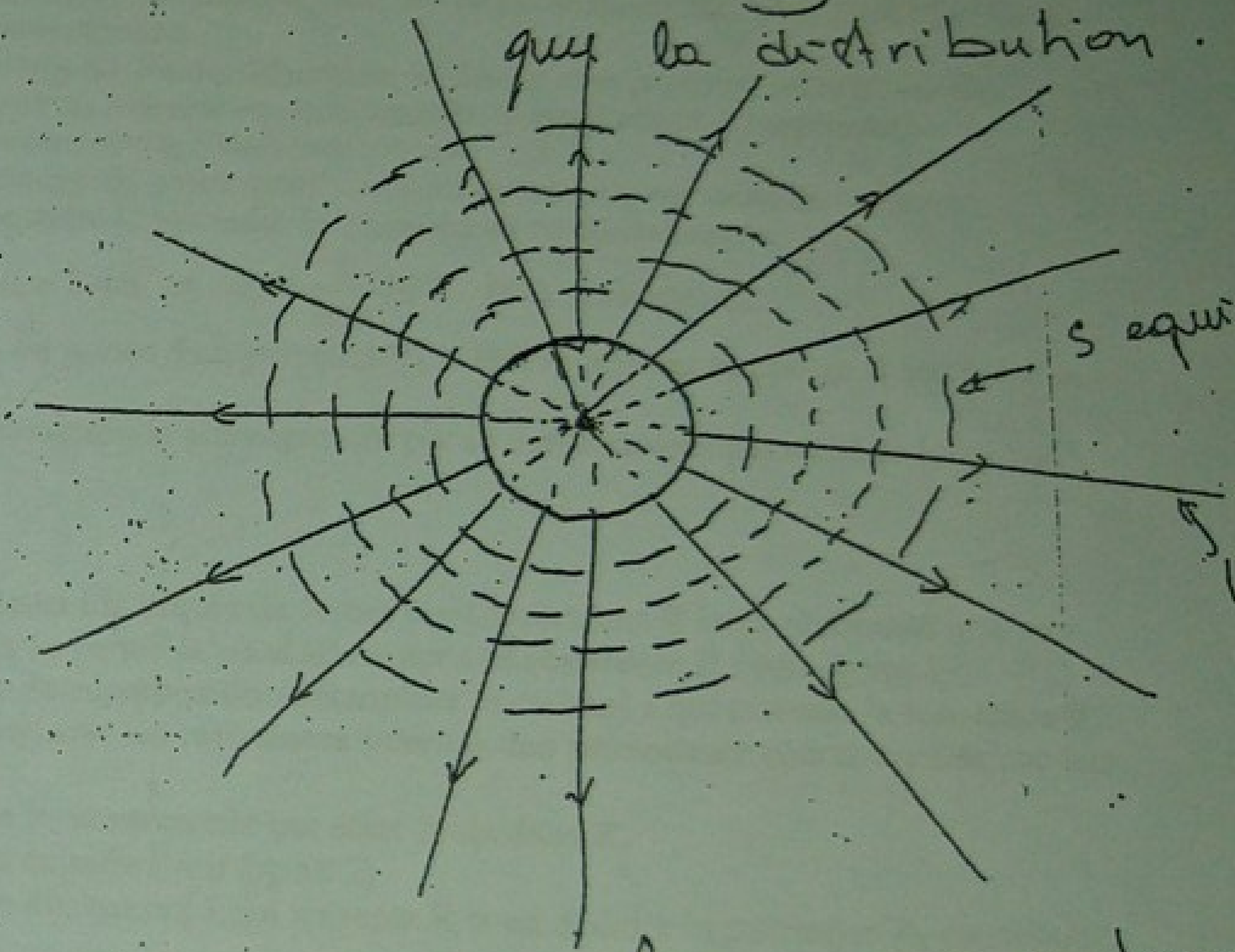
$\Rightarrow$ les lignes de champ sont des droits qui partent de la surface du cylindre chargé, leurs prolongements passent par l'origine.

(0,5) * Surfaces équipotentielles $\Rightarrow V = cste$

$r < R$ $V = cste$ à l'intérieur $\Rightarrow$ l'intérieur est donc un volume équipotentielle.

pour $r > R$ : $\frac{\sigma R}{\varepsilon_0} \text{Log} \frac{R}{r} + V_0 = cste$

d'où $\boxed{r = cste}$ $\Rightarrow$ les surfaces équipotentielles sont des cylindres de même axe que la distribution.




Vue dans un plan perpendiculaire à $zz'$

Les lignes de champ et les surfaces équipotentielles sont orthogonals.

(62)

UNIVERSITE CADI AYYAD
FACULTE DES SCIENCES SEMLALIA
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
MARRAKECH

Année Universitaire 2006-07
Module de Physique 2
SMP-SMC- SMA

## Contrôle de rattrapage
## ELECTRICITE 1 : durée 1 h30mn

### Exercice 1 (13pts)

Soit le système formé de 2 conducteurs cylindriques $A_1$ et $A_2$ de longueurs infinis et de même axe Oz. Le premier $A_1$ est plein, de rayon $R_1$ et le deuxième $A_2$ est creux, de rayons intérieur $R_2$ et extérieur $R_3$ ($R_1<R_2<R_3$). Ces deux conducteurs sont en équilibre électrostatique. Le conducteur $A_1$ porte une charge de densité superficielle constante $\sigma$ ($\sigma >0$).

1° - Donner la direction du champ électrique $\vec{E}$ en un point M à la distance r de l'axe Oz. Justifier votre réponse.

Le conducteur $A_2$ est relié au sol.

2° - Donner sans faire de calcul les champs pour $0< r<R_1$ et $R_2<r<R_3$ et le potentiel $V_2$ du conducteur $A_2$. Justifier votre réponse.

3° - En appliquant le théorème de Gauss, déterminer le champ et le potentiel pour $R_1<r<R_2$.

4° - Les 2 conducteurs $A_1$ et $A_2$ forment un condensateur, le conducteur $A_1$ représente l'armature interne et le conducteur $A_2$ l'armature externe.

a - Déterminer la charge Q, portée par l'armature interne $A_1$, par unité de longueur.

b- Déterminer la capacité C par unité de longueur de ce condensateur.

5° On donne $R_1 = 1$ cm, $R_2 = 2$ cm et $\varepsilon_o = \dfrac{1}{36\pi}10^{-9}$ (SI) , calculer C.

6° - L'armature interne $A_1$ est portée à un potentiel $V_1 = 100$V, calculer sa charge Q par unité de longueur.

7° - Calculer l'énergie électrostatique emmagasinée par ce condensateur par unité de longueur.

### Exercice 2 (7pts)

On considère n générateurs identiques de forces électromotrices E et de résistance interne r. On monte ces n générateurs en parallèle pour alimenter une résistance R (voir figure 1)

1°- En utilisant le théorème de superposition déterminer le courant I qui traverse la résistance R. (Il est recommandé de remplacer les résistances internes des générateurs court-circuités par leur résistance équivalente).

2°- Déterminer la puissance $P_1$ consommée par effet Joule dans R.

On monte ces n générateurs en série (voir figure 2)

3°- Déterminer l'expression du courant I qui traverse R et en déduire la puissance $P_2$ consommée par effet Joule dans R.

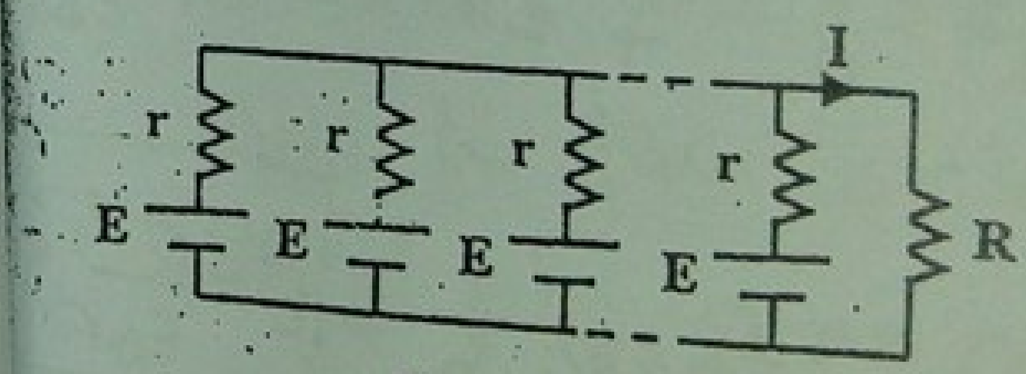



Figure 1

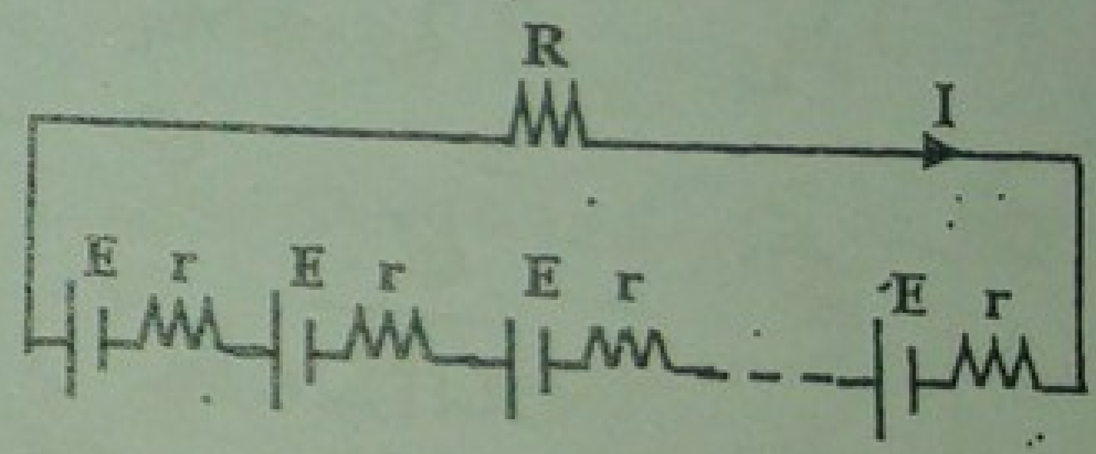



Figure 2

76/2004

Corrigé du controle de rattrapage Electricité 1
SMP - SMC - SMA $S_2$.

(1)

EXI : 1°/ Les cylindres sont coaxiaux et de longueurs infinis. L'axe perpendiculaire à OZ et passant par M est un axe de symetrie ⇒ ~~$\vec{E}(M)$~~ $\vec{E}(M)$ est porté par cet axe. ⇒ $\vec{E}(M) = E(M)\,\vec{e_r}$

(1pt)

2°/ Les 2 conducteur sont en equilibre.

⇒ pour $\begin{cases} r < R_1 \rightarrow \boxed{\vec{E} = \vec{0}} \\ R_1 < r < R_2 \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \vec{0}} \end{cases}$

(1pt) (1pt)

Le 2ème conducteur est relié au sol ⇒ $\boxed{V_2 = 0}$

(1pt)

3°/ D'après 1°/ $\vec{E}$ est suivant $\vec{e_r}$. En plus vue la symetrie cylindrique du systeme $\vec{E}$ ne dépend ni de $\varphi$ ni de $z$ ⇒ $\vec{E} = E(r)\,\vec{e_r}$

* La surface de Gauss Σ est un cylindre d'axe $\vec{Oz}$, de rayon r et de hauteur quelconque h.

(1pt)

$\phi = \iint_\Sigma \vec{E}\cdot d\vec{S} = \iint_{Sb_1} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \iint_{Sb_2} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \iint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_i}{\varepsilon_0}$

$= 0 + 0 + 2\pi r h . E = \frac{Q_i}{\varepsilon_0}$

⇒ d'où $\vec{E} = \frac{Q_i}{2\pi\varepsilon_0 r h}\,\vec{e_r}$ ⇒ $\boxed{\vec{E} = \frac{\sigma R_1}{\varepsilon_0 r}}$

(2pts) * pour $R_1 < r < R_2$ ⇒ $Q_i = \sigma . 2\pi R_1 h$ ⇒ $V = -\frac{\sigma R_1}{\varepsilon_0}\log r$

(1pt) * $\vec{E} = -\vec{grad}\,V = -\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)\vec{e_r} = -\frac{dV}{dr}\,\vec{e_r}$ ⇒

or $V(r = R_2) = 0$ ⇒ $K = \frac{\sigma R_1}{\varepsilon_0}\log R_2$.

(1pt) ⇒ $\boxed{V(r) = \frac{\sigma R_1}{\varepsilon_0}\log\frac{R_2}{r}}$

(94)

2°/a/ Choix de la surface de Gauss :

Le champ $\vec{E}(M)$ est radial et constant sur un cy[lindre] d'axe z'z et de rayon r. La surface de Gauss $S$ sera la surface laterale $S_L$ d'un cylindre de rayon r, de hauteur h et d'axe z'z, fermée pa[r] 2 bases circulaire $S_{b_1}$ et $S_{b_2}$.

(1)

b) Determination de $\vec{E}(M)$ en tout pt de l'[espace]

A la surface de Gauss on applique le Th de [Gauss]

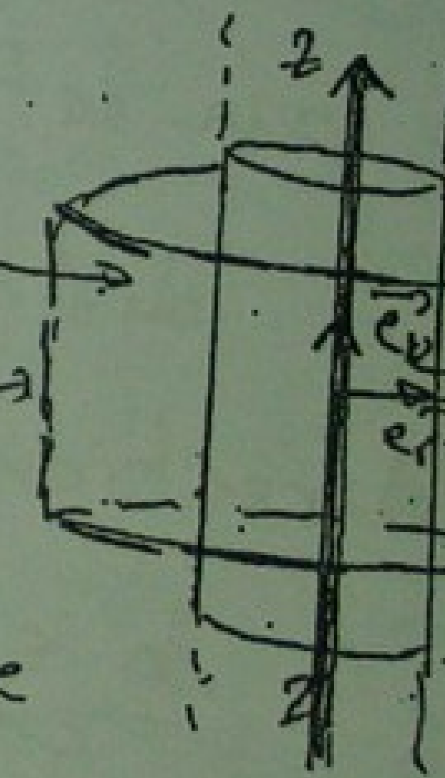
$\phi = \oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}$ , $\phi$ étant le flux de [$\vec{E}$] à travers $S$.

Le flux $\phi$ de $\vec{E}$ (quelque soit la position [de M]) à travers $S$ est :

$\phi = \oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \iint_{S_L} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \iint_{S_{b_1}} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \iint$

or $d\vec{S} = dS\,\vec{e_r}$ sur $S_L$

et $d\vec{S} = \pm dS\,\vec{e_z}$ sur $S_{b_1}$ et $S_{b_2}$.

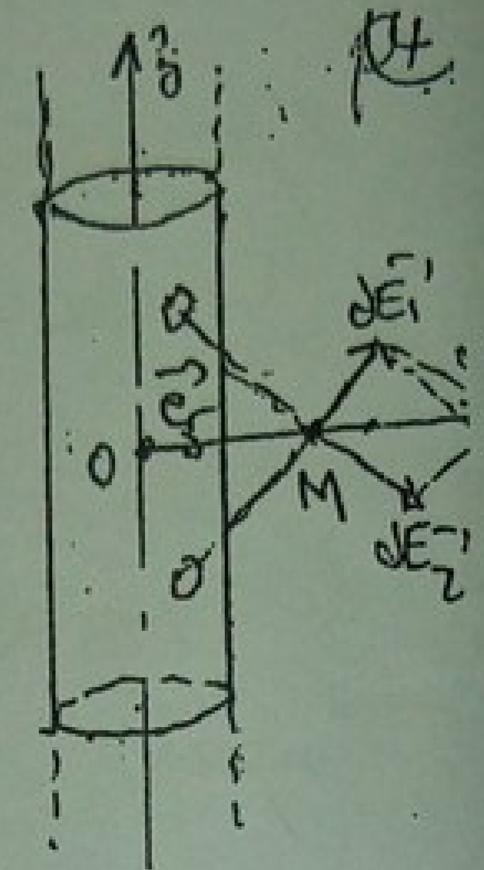



Donc les flux sortant des surfaces $S_{b_1}$ et $S_{b_2}$ ~~sont~~ sont nuls car $\vec{E}$ est perpendiculaire à $\vec{Sb_1}$ et $\vec{Sb_2}$.

Le flux de $\vec{E}$ sortant de $S$ ~~[illegible]~~ se réduit donc à : $\phi = \phi_{S_{Lat}} = \iint_{S_L} E(r)\,dS_L = E(r)$ .

(1) (68) d'où $\boxed{\phi = E(r)\,2\pi r h}$ (64)

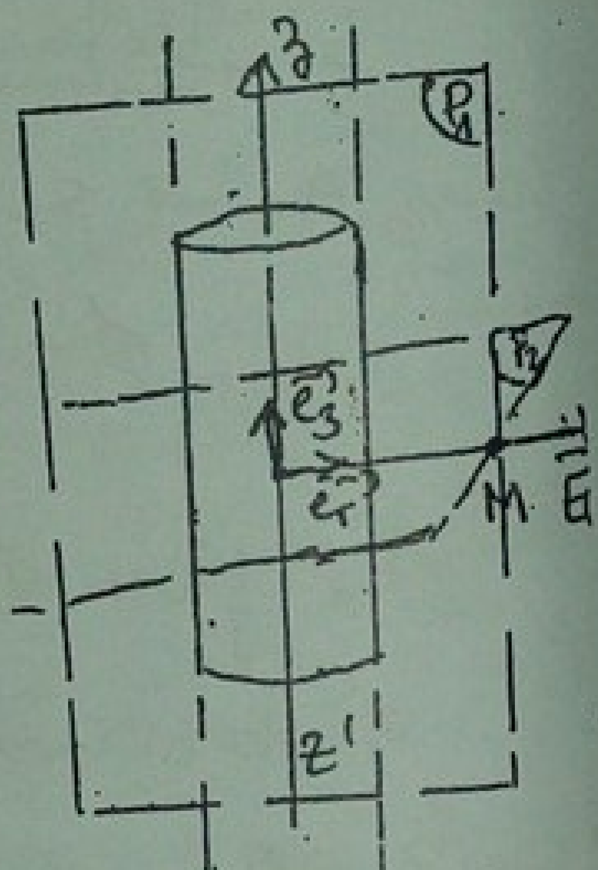
à $\vec{OM}$ crée au point M un champ élémentaire $d\vec{E}'$ porté par $\vec{OM}$. Il ~~est~~ en est de même pour toute autre paire d'éléments de la distribution chargée. Le champ total est donc radial..




(OV)

2ème cas :

* La distribution admet comme plans de symétrie, un plan $P_1$ passant par M contenant l'axe ~~zz~~ $zz'$ et un autre plan perpendiculaire à l'axe $zz'$. On déduit alors que $\vec{E}$ est porté par l'intersection de ces plans.




Ou bien toute axe perpendiculaire à $zz'$ et passant par M est axe de symétrie.. Le champ $\vec{E}(M)$ est alors porté par cet axe c'est à dire de direction $\vec{e_r}$.

* La distribution est invariante par toute translation de direction $\vec{e_3}$ ainsi que pour toute rotation autour de $\vec{e_3}$, la symétrie admet une symétrie cylindrique. Le champ ne dépend que de r ; $\boxed{\vec{E}(M) = E(r)\vec{e_r}}$

UNIVERSITE CADI AYYAD
FACULTE DES SCIENCES SEMLALIA
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
MARRAKECH

Année Universitaire 2005-06
Module de Physique 2
SMPC- SMA

## Premier Contrôle
## ELECTRICITE 1 : durée 1 h30mn

### Exercice 1

Sur un axe x'Ox sont placées : une charge ponctuelle $q_1$ au point O, une charge ponctuelle $q_2$ au point A d'abscisse $x = a$ ($a>0$).

1° - Donner l'expression de la force électrostatique agissante sur une charge ponctuelle $q_3$ placée sur l'axe au point B d'abscisse $x = a/2$.

On donne : $q_1 = +3q$, $q_2 = -2q$ et $q_3 = +q$ avec $q>0$.

2° - Donner les expressions du champ et du potentiel électrostatiques crées par $q_1$ et $q_2$ au point B.

### Exercice 2

A – On considère une spire circulaire de centre O et de rayon R, uniformément chargée avec une densité de charges linéique $\lambda$ ($\lambda>0$).

1° - Sans faire de calcul, donner la direction du champ électrique $\vec{E}_s$ en un point M de l'axe de la spire tel que $OM = x$. Justifier votre réponse.

2° - Déterminer le champ électrostatique $\vec{E}_s(M)$ et le potentiel $V_S(M)$ au point M

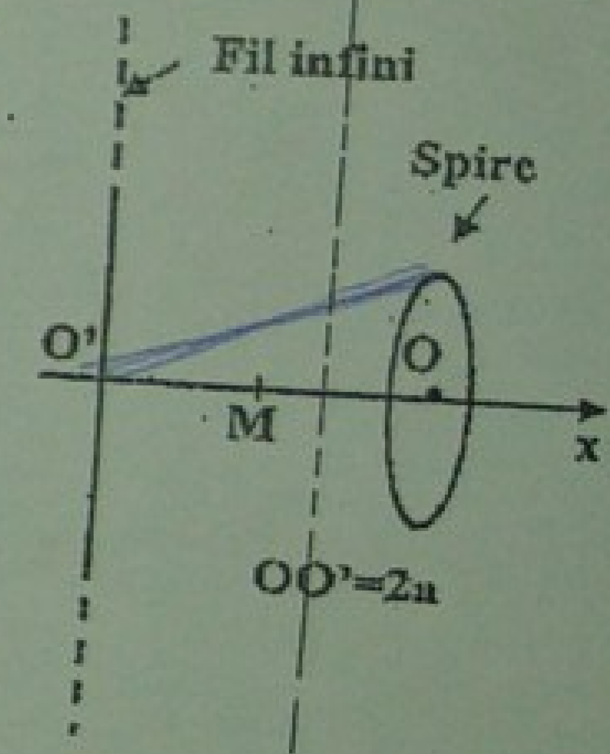
B – Soit un fil infini uniformément chargé avec une densité de charges linéique $-\lambda$.

1° - En utilisant la symétrie de la distribution, quelle est la direction du champ électrique $\vec{E}_f(M)$ en un point M situé à une distance r du fil. Justifier votre réponse

2° - Par application du théorème de Gauss, déterminer le champ électrique $\vec{E}_f(M)$ en un point M. En déduire le potentiel $V_f(M)$. On donne $V_f(r=1) = 0$

3° - Sans faire de calcul, donner la forme des lignes de champ et celle des surfaces équipotentielles

C - On place le fil infini perpendiculairement à l'axe principal de la spire circulaire et à une distance 2a de celle-ci (voir figure).




1° - Déterminer le champ $\vec{E}$ crée par le fil infini et la spire circulaire au point M tel que M est le mileu de O'O.

2° - Déterminer le potentiel V(M).

65

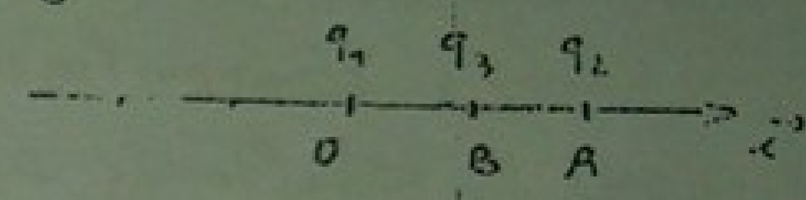
Contrôle N°1
Electricité

2005 / 2006
SMPC / SMA

Exercice 1

1/ l'expression de la force électrostatique $\vec{F}_B$

on a $\vec{F}_B = \vec{F}_{q_1q_3} + \vec{F}_{q_2q_3}$




on a $\vec{F}_{q_1q_3} = \dfrac{q_1q_3}{4\pi\varepsilon} \dfrac{\vec{OB}}{OB^3} = \dfrac{q_1q_3 \frac{a}{2}}{4\pi\varepsilon\left(\frac{a}{2}\right)^3}\vec{i} = \dfrac{q_1q_3}{4\pi\varepsilon \frac{a^2}{4}}\vec{i}$

avec $q_1 = 3q$ et $q_3 = q$

$\Rightarrow \vec{F}_{q_1q_3} = \dfrac{3q^2}{4\pi\varepsilon a^2}\vec{i}$

* $\vec{F}_{q_2q_3} = \dfrac{q_2q_3}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{\vec{AB}}{AB^3} = \dfrac{q_2q_3 \frac{a}{2}}{4\pi\varepsilon\left(\frac{a}{2}\right)^3}\vec{i} = \dfrac{q_2q_3}{4\pi\varepsilon \frac{a^2}{4}}\vec{i}$

avec $q_2 = -2q$ et $q_3 = q$.

$\Rightarrow \vec{F}_{q_2q_3} = \dfrac{-2q^2}{\pi\varepsilon a^2}\vec{i}$

donc $\vec{F}_B = \dfrac{3q^2}{\pi\varepsilon a^2}\vec{i} - \dfrac{2q^2}{\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{i} = \dfrac{q^2}{\pi\varepsilon a^2}(3-2)\vec{i} = \dfrac{q^2}{\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{i}$

2/ l'expressions du champ et du potentiel.

* pour le champ.

on a $\vec{F}_B = q_3\vec{E}_B = q_3\vec{E}_B \Rightarrow \vec{E}_B = \dfrac{\vec{F}_B}{q_3}$

$\Rightarrow \vec{E}_B = \dfrac{q^2}{q\cdot\pi\varepsilon a^2}\vec{i}$, avec $q_3 = q$

$\Rightarrow \vec{E}_B = \dfrac{q}{\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{i}$

* pour le potentiel. $V_B$

on a $V_B = V_1 + V_2$

avec $V_1 = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 OB}$ et $V_2 = \dfrac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 AB}$

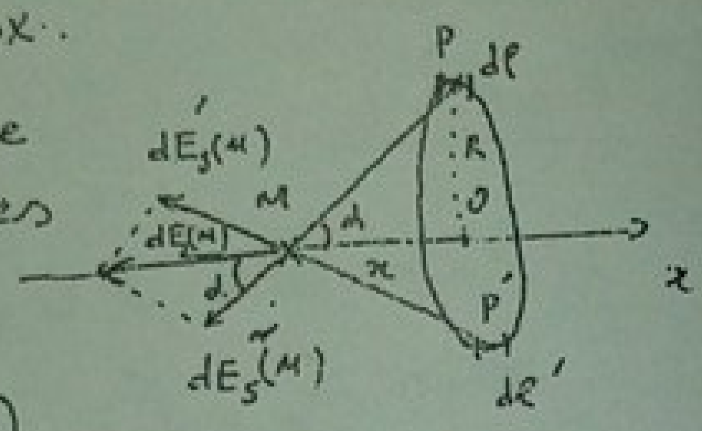
or $q_1 = 3q$ , $q_2 = -2q$ , $OB = \frac{a}{2}$ et $AB = \frac{a}{2}$

d'où $V_B = \frac{3q}{4\pi\varepsilon(\frac{a}{2})} - \frac{2q}{4\pi\varepsilon(\frac{a}{2})} = \frac{3q}{2\pi\varepsilon_0 a} - \frac{2q}{2\pi\varepsilon_0 a}$

$V_B = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 a}(3-2) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 a}$

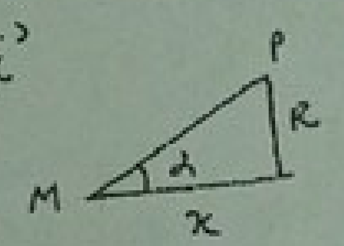
Exercice 2:

A. 1. la direction du champ électrique $\vec{E}_s$ en M.
par raison de symétrie le champ électrostatique créé par la spire est porté par l'axe ox.
En effet, deux élément de charges dq de longueur dl de centre en P et P' symétriques par rapport à (OX), créent en M deux champs élémentaires $d\vec{E}_s(M)$ et $d\vec{E}'_s(M)$ dont la résultante est portée par l'axe ox.



2 - le champ électrostatique $\vec{E}_s(M)$

$$d\vec{E}_S = -dE\cos\alpha\,\vec{i} = -\frac{dq}{4\pi\varepsilon}\frac{\cos\alpha}{PM^2}\,\vec{i}$$



or $dq = \lambda\, dl$ et $\cos\alpha = \frac{x}{PM}$

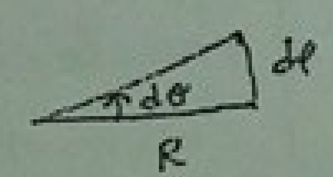
$PM^2 = x^2 + R^2 \Rightarrow PM = \sqrt{x^2+R^2}$

$$\Rightarrow d\vec{E}_S = \frac{-\lambda\, dl\cos\alpha}{4\pi\varepsilon(x^2+R^2)}\vec{i} = \frac{-\lambda\, dl\, x\,\vec{i}}{4\pi\varepsilon(x^2+R^2)\sqrt{x^2+R^2}}$$

$$d\vec{E}_S = \frac{-x\lambda R\, d\theta}{4\pi\varepsilon(x^2+R^2)^{3/2}}\,\vec{i}$$

$\left( (x^2+R^2)\sqrt{x^2+R^2} = (x^2+R^2)^1(x^2+R^2)^{1/2} = (x^2+R^2)^{1+\frac{1}{2}} = (x^2+R^2)^{3/2} \right)$

$$\Rightarrow \vec{E}_S = \int d\vec{E}_S = \int_0^{2\pi} \frac{-\lambda R x\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}\,\vec{i}$$



$$= \frac{-\lambda R x}{4\pi\varepsilon(x^2+R^2)^{3/2}}\int_0^{2\pi} d\theta\ \vec{i}$$



* $\int_0^{2\pi} d\theta = [\theta]_0^{2\pi} = 2\pi - 0 = 2\pi$

d'où $\vec{E}_S = \frac{-\lambda R x \times 2\pi}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}\,\vec{i} = \frac{-\lambda R x}{2\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}\,\vec{i}$

* le potentiel $V_s(M)$ au point M

on a $dV_S(M) = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 PM}$

avec $dq = \lambda\, dl$ , $PM = \sqrt{x^2+R^2}$ et $dl = R\, d\theta$

$\Rightarrow dV_S(M) = \frac{\lambda R\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$

$\Rightarrow V_S(M) = \int dV_S(M) = \int_0^{2\pi}\frac{\lambda R\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}} = \frac{\lambda R}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}\int_0^{2\pi}d\theta$

$\Rightarrow V_S(M) = \frac{2\pi\lambda R}{4\pi\varepsilon\sqrt{x^2+R^2}} = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$

B - fil infini

1 - la direction du champ électrostatique $\vec{E}_f(M)$

La distribution admet comme plan de symétrie un plan $P_1$ passant par M et contenant l'axe (yy') et un autre plan $P_2$ perpendiculaire à l'axe (yy'), on déduit alors que le champ $\vec{E}_f(M)$ est porté par l'axe de direction $\vec{e_r}$

* le système est invariant par rotation autour du fil,
* le système est invariant par translation parallèle au fil
le champ ne dépend que la distance du point M au fil.

$\vec{E}_f(M) = E_f(r)\,\vec{e_r}$.

2/ application du théorème de Gauss

* $\phi = \oiint_{S_g} \vec{E}_f(M)\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

67

* surface de gauss:
le champ est radial et constant sur un cylindre,
La Surface de Gauss convenable sera un cylindre de rayon r et de hauteur h.

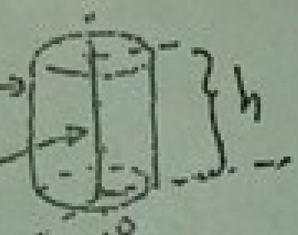
$$\phi = \iint_{S_g} \vec{E}_f(M)\cdot\vec{dS} = \iint_{S_{b_1}} \vec{E}_f(M)\cdot\vec{dS}_{b_1} + \iint_{S_{b_2}} \vec{E}_f(M)\cdot\vec{dS}_{b_2} + \iint_{S_L} \vec{E}_f(M)\cdot dS_L$$

$$= \iint_{S_{b_1}} E_f(r)\,\vec{e_r}\cdot dS_{b_1}\vec{k} + \iint_{S_{b_2}} E_f(r)\,\vec{e_r}\cdot dS_{b_2}(-\vec{k}) + \iint_{S_L} E_f(r)\vec{e_r}\, dS_L\vec{e_r}$$

0 car ⊥ $\vec{k}$

le champ est constant sur un cylindre

$$\phi = \iint_{S_L} E_f(r)\, dS_L = E_f(r) \int dS_L = E_f(r)\, 2\pi r h \; ;$$




* $Q_{int} = \int -\lambda\, dl = -\lambda \int_0^h dl = -\lambda h$

les charge sont sur le segment de longeur h.

d'où $E_f(r)\, 2\pi r h = -\frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$

$\Rightarrow E_f(r) = \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} \Rightarrow \vec{E}_f(M) = \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\vec{e_r}$

* le potentiel $V_f(M)$.

on a $\vec{E}_f(M) = -\vec{\text{grad}}\, V_f(M)$

$E_f(r)\vec{e_r} = -\frac{dV_f(M)}{dr}\vec{e_r}$

$dV_f(M) = -E_f(r)\, dr$
$= +\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\, dr$

$\Rightarrow V_f(M) = \int dV_f(M) = +\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln(r) + cst$

on a $V_f(r=1) = 0 = +\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln(1) + cst = 0 + cst$

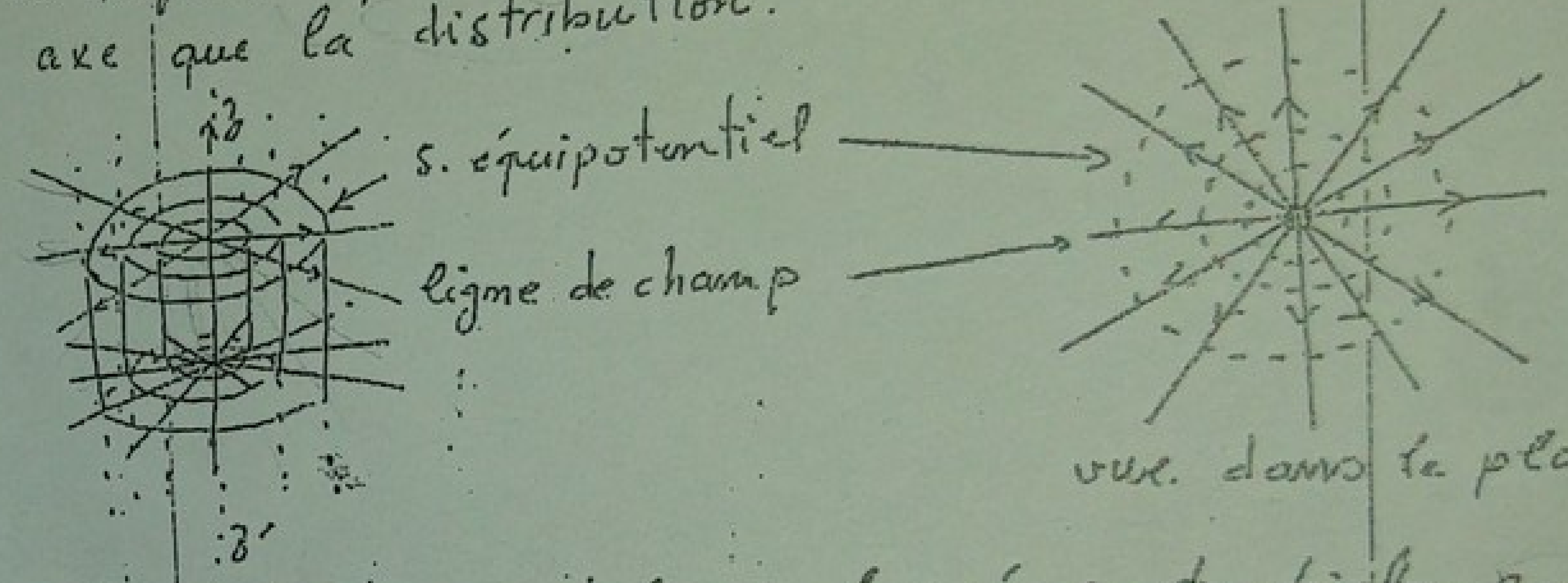
$\Rightarrow cst = 0$

finalement $V_f(M) = +\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln(r)$

3/ Lignes de champ
$\vec{E}$ est perpendiculaire à l'axe du fil ⇒ les lignes de champ sont des droites qui partent de la fil chargé



* Surface équipotentielles.
les surfaces équipotentiel sont des cylindre de même axe que la distribution.




vue dans le plan ⊥ a(33')

Les lignes de champ et les surface équipotentielles sont orthogonales.

c/ 1- le champ $\vec{E}$

on a $\vec{E} = \vec{E}_s(M) + \vec{E}_f(M)$ , avec $r = a$, $x = a$

$$= \frac{-\lambda R a}{2\varepsilon(a+R^2)^{3/2}}\vec{i} + \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon}\frac{1}{a}\vec{e_r}$$

dans ce cas $\vec{i}$ est confondu avec $\vec{e_r}$ ⇒ $\vec{i} = \vec{e_r}$

$$\vec{E} = \frac{-\lambda}{2\varepsilon_0}\left(\frac{Ra}{(a^2+R^2)^{3/2}} + \frac{1}{\pi a}\right)\vec{i}$$

2/ le potentiel V(M)

on a $V(M) = V_s(M) + V_f(M)$

$$= \frac{\lambda R}{2\varepsilon\sqrt{a^2+R^2}} + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln(a)$$

$$= \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\left(\frac{R}{\sqrt{a^2+R^2}} + \frac{\ln(a)}{\pi}\right)$$

on remplace x par a et r par a.

le vendredi 09/06/06
à 15h

UNIVERSITE CADI AYYAD
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
MARRAKECH

Année universitaire 2005/2006
Module de Physique 2
SMPC-SMA

# Deuxième Contrôle

## ELECTRICITE 1: durée 1h30

**Exercice 1** **(conducteurs en équilibre électrostatique)**

A - Soit une sphère $(S_1)$ pleine, conductrice, de centre O et de rayon $R_1$, en équilibre électrostatique et portant une charge Q positive.

Répondre aux questions suivantes en justifiant vos réponses :

1° Que vaut le champ électrique en un point à l'intérieur de ce conducteur ?

2° Que peut on dire du potentiel du conducteur à l'intérieur et en surface ?

3° Où est située la charge Q ?

B – On met le conducteur $(S_1)$ portant toujours la charge Q, à l'intérieur d'un conducteur $(S_2)$ creux, de forme sphérique, de même centre O, de rayon intérieur $R_2$ et extérieur $R_3$ et initialement neutre et isolé. Les deux conducteurs $(S_1)$ et $(S_2)$ sont en équilibre électrostatique.

1° Les conducteurs $S_1$ et $S_2$ sont – il en influence partielle ? Justifier votre réponse.

2° Illustrer sur un schéma la répartition des charges sur les conducteurs $(S_1)$ et $(S_2)$.

3° Que se passe – t – il lorsqu'on relie $(S_1)$ et $(S_2)$ par un fil conducteur ? Donner la nouvelle répartition de charge et la capacité du système.

C - Les deux conducteurs $(S_1)$ et $(S_2)$ représentent respectivement les armatures interne et externe d'un condensateur. Le conducteur $(S_1)$ porte la charge Q. $U = V_1 - V_2$ étant la différence de potentielle entre les deux armatures.

1° Déterminer le champ électrique $\vec{E}$ entre les armatures et en déduire $U = V_1 - V_2$.

2° En déduire la capacité C du condensateur.

3° Quelle est l'énergie emmagasinée dans ce condensateur.

**Exercice 2** **(Electrocinétique):**

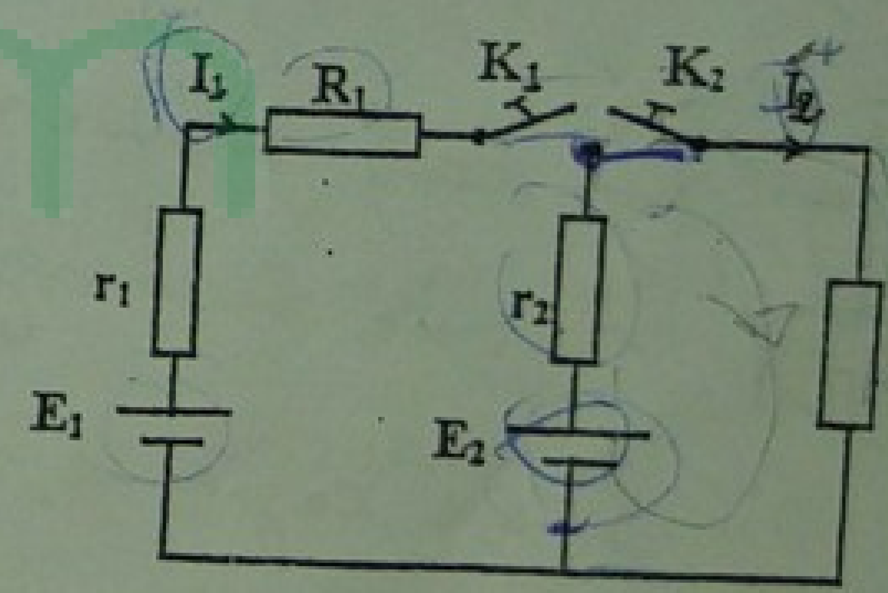
On considère le circuit de la figure ci-contre, contenant deux dipôles actifs $(E_1, r_1)$ et $(E_2,r_2)$ et deux dipôles passifs de résistances $R_1$ et $R_2$. $K_1$ et $K_2$ étant deux interrupteurs.

A – L'interrupteur $K_1$ est <u>fermé</u> et $K_2$ est <u>ouvert</u> :

1° Déterminer le courant $I_1$. On suppose $E_1 > E_2$.

2° Quelle est le fonctionnement des dipôles $(E_1,r_1)$ et $(E_2,r_2)$ ? Justifier votre réponse.

3° Déterminer la puissance $P_1$ dans la branche contenant le dipôle $(E_2,r_2)$ et expliquer la nature de chaque terme.




B - L'interrupteur $K_1$ est <u>ouvert</u> et $K_2$ est <u>fermé</u> :

1° Déterminer le courant $I_2$.

2° Quelle est le fonctionnement du dipôle $(E_2,r_2)$ ? Justifier votre réponse.

3° Déterminer la puissance $P_2$ dans la branche contenant le dipôle $(E_2,r_2)$ et expliquer la nature de chaque terme.

C – Les interrupteurs $K_1$ et $K_2$ sont <u>fermés</u> :

1° Déterminer le courant $I'_2$ dans la résistance $R_2$ en appliquant le théorème de Thevenin.

2° Déterminer la puissance $P_3$ dissipée par la résistance $R_2$ et préciser quelle est la nature de cette puissance.

65 73 69

2005/2006

Vitesse moyenne nulle $\Rightarrow \Sigma \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow$ (0,25pt)

Ex1/ A - 1) Conducteur en équilibre $\Rightarrow \vec{E}_{int} = \vec{0}$ (0,5pt)

$\Rightarrow V_{int} = cste$ (0,5pt)

2) $\vec{E}_{int} = -\vec{grad}\, V_{int} = \vec{0}$ (0,25pt)

3) $div\, \vec{E}_{int} = \frac{\rho}{\varepsilon} = 0 \Rightarrow \rho = 0 \Rightarrow Q$ répartie en surface (0,5pt) (0,25pt)


B - 1) toutes les lignes de champ émanant de $S_1$ sont interceptées par $S_2$ (ou $S_2$ entoure $S_1$) (0,25)

$\Rightarrow$ les 2 conducteurs sont en influence totale. (0,5)

2) influence totale $\Rightarrow Q_{2int} = -Q$, et puisque $S_2$ est neutre

(0,5pt) $\Rightarrow Q_2 = Q_{2int} + Q_{2ext} = 0 \Rightarrow Q_{2ext} = -Q_{2int} = Q$

3) Lorsqu'on relie $(S_1)$ et $(S_2)$ par un fil conducteur, on n'a plus qu'un seul conducteur en équilibre $\Rightarrow$ (0,5pt)

(0,5pt) * toute la charge Q se met en surface (de rayon $R_3$)

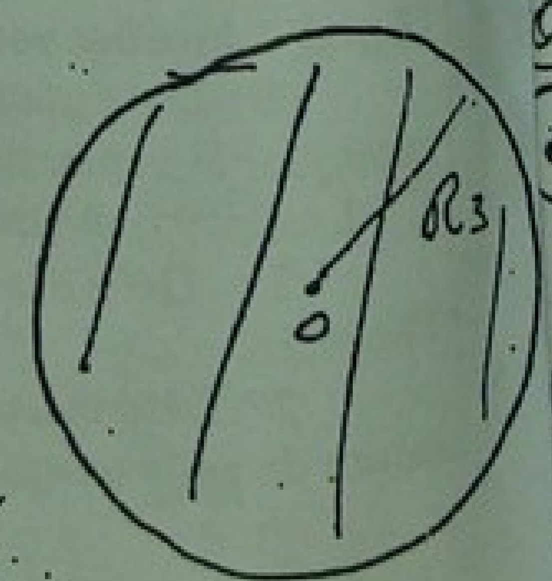
(0,5pt) * la capacité est celle d'un conducteur sphérique en équilibre : $C = 4\pi\varepsilon_0 R_3$

en effet, la distribution est sphérique

pour $r > R_3$ tout se passe comme si toute la charge est concentrée en O $\Rightarrow V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ (0,5pt)

par continuité, sur la sphère $V = V(R_3) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$

d'où $C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R_3$




C/ - 1°/ le système possède une symétrie sphérique

(1pt) $\Rightarrow \vec{E}$ est porté par $\vec{e}_r$ et ne dépend que de $r$

(en coord. sphériques) $\vec{E} = E(r)\,\vec{e}_r$

La surf. de Gauss choisie est une sphère de centre O et de rayon $R_1 < r < R_2$.

(1pt) $\oiint_S \vec{E}\cdot\vec{dS} = \oiint_S E\,dS = E\oiint_S dS = E\,4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

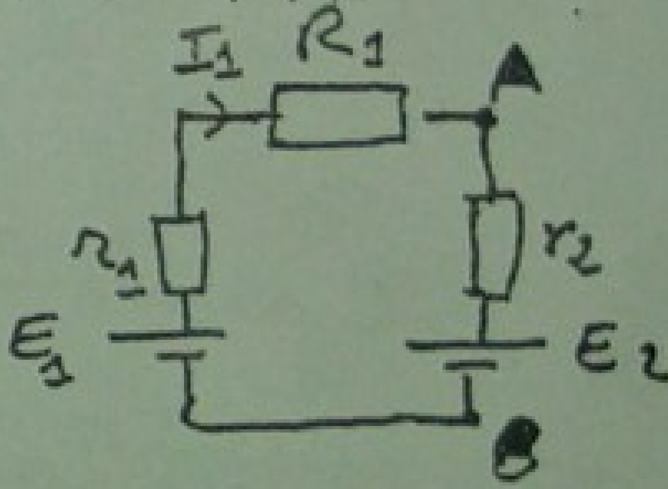
$\Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$

(1pt) $V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}\cdot\vec{dr} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$

(1pt) 2°/ $C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

(1pt) 3°/ $W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{Q^2(R_2 - R_1)}{8\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}$

Ex 2// A - $K_1$ fermé, $K_2$ ouvert $\Rightarrow$




(1pt) 1°/ $I_1 = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2 + R_1}$ ($I_1 > 0$ car $E_1 > E_2$)

2°/ $I_1 > 0$ le sens réel est celui choisi sur le schéma

(0,75) $\Rightarrow$ * $I_1$ sort par la borne ⊕ de $E_1 \Rightarrow E_1$ est générateur

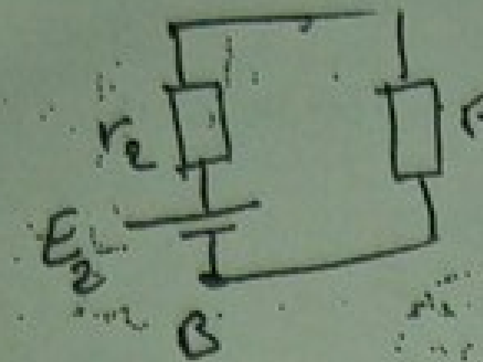
(0,75) * $I_1$ entre " " ⊕ de $E_2 \Rightarrow E_2$ est récepteur

3/ (0,25) $P_1 = U_{AB}\cdot I_1$ avec $U_{AB} = r_2 I_1 + E_2 \Rightarrow P_1 = E_2 I_1 + r_2 I_1^2$

(0,25) $E_2 I_1$ : puissance transformée par le récepteur.

(0,25) $r_2 I_1^2$ : puissance perdue par effet Joule dans la résistance interne

B - $K_1$ ouvert, $K_2$ fermé



1pt 1°/ $I_2 = \dfrac{E_2}{r_2+R_2}$

0,5pt 0,25pt

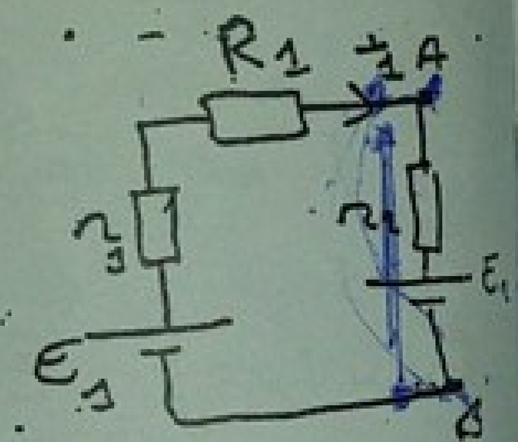
2°/ $I_2 > 0 \Rightarrow E_2$ est un générateur car le courant sort par sa borne

3°/ $P_2 = U_{AB} I_2 = (E_2 - r_2 I_2) I_2 = E_2 I_2 - r_2 I_2^2$

0,5 $E_2 I_2$ : puissance fournie (ou développée) par le générateur

0,25 $r_2 I_2^2$ : " perdue par effet Joule dans la résistance interne

C - $K_1$ et $K_2$ fermés

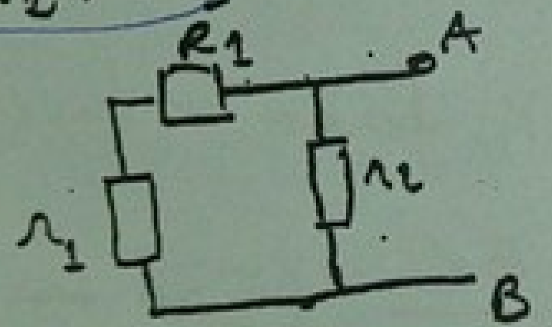


1/ Théo de Thevenin:

On enlève $R_2$ et on remplace le reste du circuit par le générateur de Thevenin équivalent $(\mathcal{E}_{th}, R_{th})$

* $\mathcal{E}_{th} = V_A - V_B)_{\text{à vide}}$ ; D'après A-1°) $I_1 = \dfrac{E_1 - E_2}{r_1+r_2+R_1}$

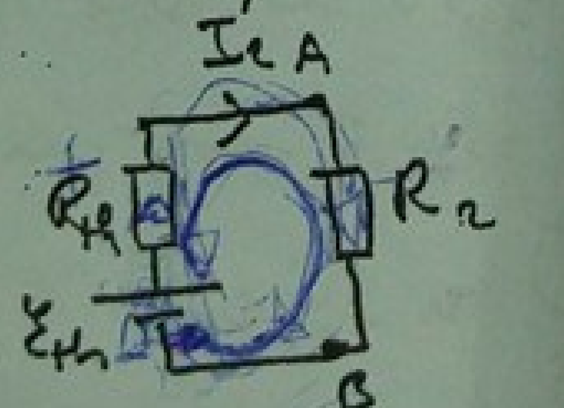
1pt $= r_2 I_1 + E_2 = \boxed{\dfrac{r_2 E_1 + (r_1+R_1)E_2}{r_1+r_2+R_1}}$



* $R_{th}$, on annule $E_1$ et $E_2$

1pt $R_{th} = (R_1+r_1) // r_2$

$= \dfrac{r_2(R_1+r_1)}{r_1+r_2+R_1}$



on branche $R_2$ aux bornes du générateur de Thevenin: $\Rightarrow I'_2 = \dfrac{\mathcal{E}_{th}}{R_{th}+R_2}$

1pt $I'_2 = \dfrac{r_2 E_1 + (r_1+R_1)E_2}{r_2(R_1+r_1) + R_2(r_1+r_2+R_1)}$

0,25pt

2/ $P_2 = R_2 I'^2_2$ 0,25pt c'est une puissance dissipée par effet Jo


UNIVERSITE CADI AYYAD
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
MARRAKECH



Année universitaire 2005/2006
Module de Physique 2
SMPC-SMA


# Contrôle de rattrapage
## ELECTRICITE 1: durée 1h30

**Exercice 1 :**

I - On considère un fil infini (F), confondu avec l'axe Oz, chargé uniformément avec une densité $\lambda$ ($\lambda>0$) (voir figure 1).

1° Par des considérations de symétrie et d'invariance (qui seront clairement explicitées), déterminer la direction du champ $\vec{E}_F(M)$ et les variables dont il dépend.

2° Donner l'expression du champ électrostatique élémentaire $d\vec{E}_F(M)$ crée par un élément dl du fil en un point M de l'espace en fonction de r et $\theta$.

3° Déduire l'expression du champ $\vec{E}_F(M)$ crée par le fil (F) au point M .

4° En déduire le potentiel V(M) au point M. On donne $V(r = 1) = 0$ (r est la distance du fil au point M).

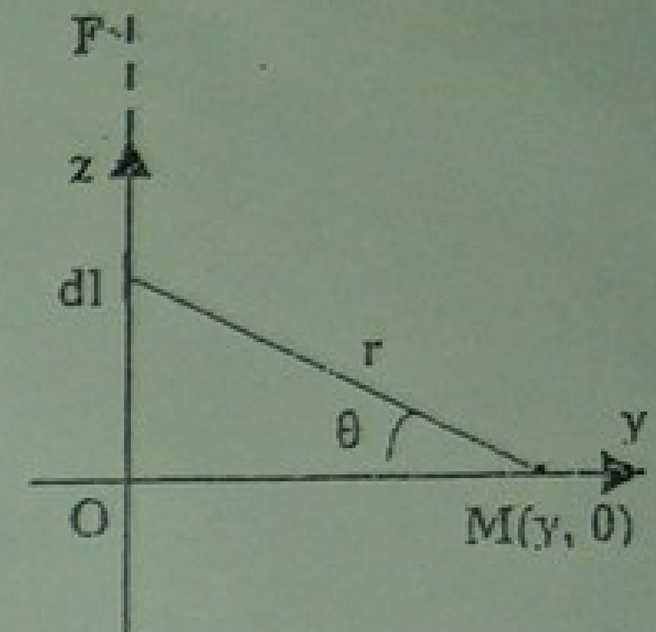



Figure 1

II – Au fil (F), on ajoute un autre fil infini (F'), confondu avec l'axe Oy, chargé uniformément avec une densité $-\lambda$ ($\lambda > 0$) (voir figure 2).

1° Sur un schéma représenter le sens et la direction du champ $\vec{E}(M)$ en un point M apparetnant au plan Oyz.

2° Donner le champ $\vec{E}(M)$ crée par les deux fils au point M.

3° Déduire le potentiel au point M. On donne V = 0 au point M(1, 1).

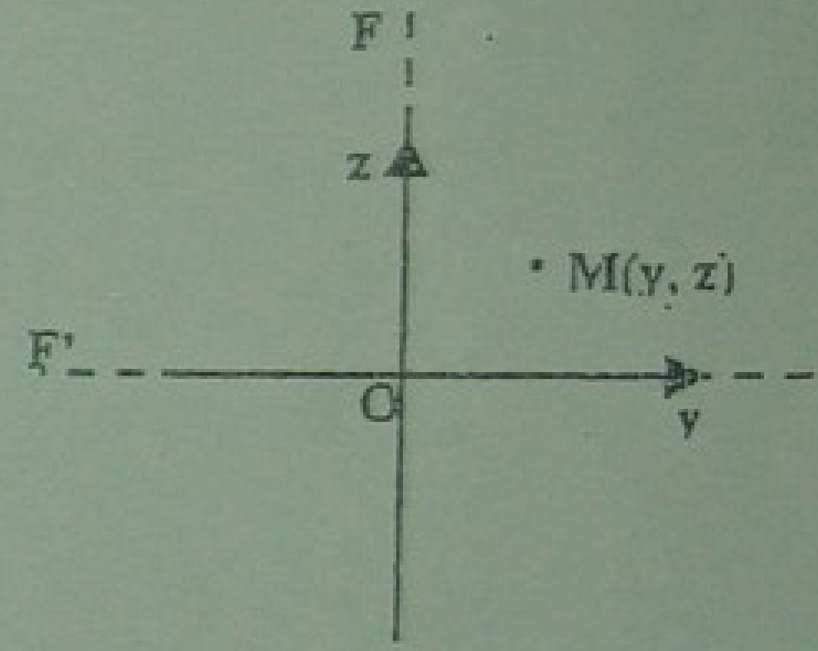



Figure 2

**Exercice 2 :**

On considère le montage de la figure 3

- **Pour une résistance $r_0$ nulle** ($r_0 = 0$)

1° Déterminer les courants $I_1$ et $I_2$ en utilisant la loi d'ohm, En déduire le courant $I_0$.

2° Retrouver le courant $I_0$ en utilisant le théorème de superposition.

3° Quelles sont les conditions sur les f.e.m. $E_1$ et $E_2$ et $E_0$ pour que ($E_1$, r) et ($E_0$, $r_0$) soient des générateurs et ($E_2$, r) un récepteur.

4° Pour $E_1 = 25$ V ; $E_2 = 12.5$ V ; $E_0 = 20$ V ; r = 1 Ω ; R = 4 Ω, calculer la valeur des courants $I_1$, $I_2$ et $I_0$.

5° Calculer la puissance fournie $P_f$ et utile $P_u$ du générateur ($E_1$, r).

6° Calculer la puissance reçue Pr et transformée Pt du récepteur ($E_2$, r).

- **La résistance $r_0$ est maintenant non nulle** ($r_0 \neq 0$)

$E_1$, $E_2$, $E_0$, r et R ont toujours les mêmes valeurs de la question 4°

7° Déterminer les courants $I_1$, $I_2$ et $I_0$ en fonction de $r_0$ par application des lois de Kirchhoff

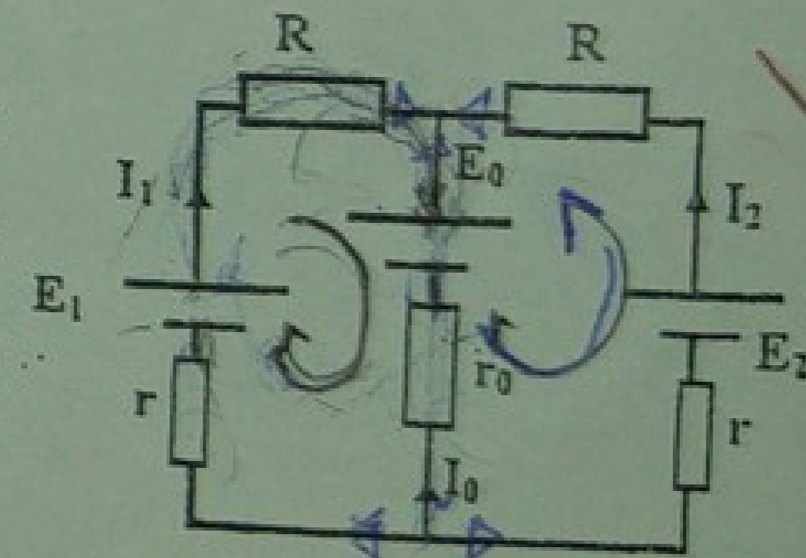


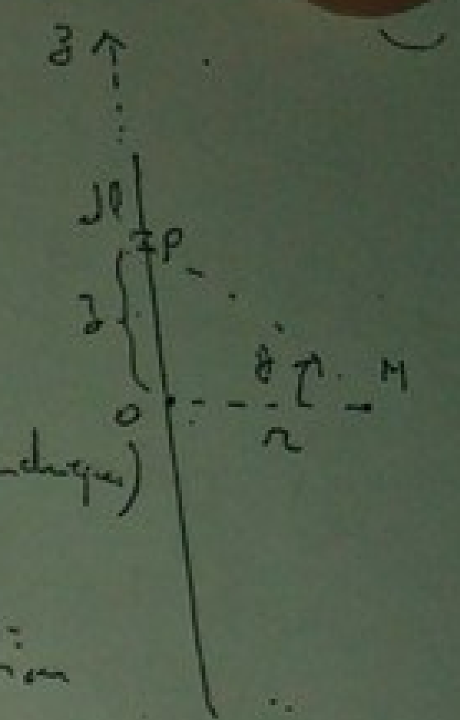

Figure 3

71

Année universitaire : 2014/20

Exercice 11 — SMPC - SMA 2005 - 2006

I 1/ Pour un pt M quelconque de l'espace, la droite ⊥ au fil et passant par M est un axe de symétrie ⇒ le champ $\vec{E}_F(M)$ est porté par cet axe



⇒ $\vec{E}_F$ est orthoradial c.à.d porté par $\vec{e}_r$ (en coord. cylindriques)

(0,5 pt) $\vec{E}_F = E_F\,\vec{e}_r$

d'autre part, une translation le long de $Oz$, ou une rotation autour de $Oz$ laissent la distribution inchangée

(0,5 pt) ⇒ $E_F$ ne dépend ni de $z$ ni de $\varphi$ et ne dépend donc que de $r$ (en coord. cylindriques) ⇔ $\vec{E}_F = E_F(r)\,\vec{e}_r$.

2/ Soit un élément $dl$ du fil centré au pt P d'abscisse $z$, portant la charge $dq = \lambda\,dl = \lambda\,dz$, il crée au pt M le champ :

(0,5 pt) $$d\vec{E}_F = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0\,PM^2}\left(\frac{\vec{PM}}{PM}\right)$$

avec $\left(\frac{\vec{PM}}{PM}\right) = \cos\theta\,\vec{e}_r - \sin\theta\,\vec{e}_z$ et $z = r\,\mathrm{tg}\,\theta \Rightarrow dz = \frac{r}{\cos^2\theta}\,d\theta$

$\cos\theta = \frac{r}{PM} \Rightarrow PM^2 = \frac{r^2}{\cos^2\theta}$

(1 pt) d'où $$d\vec{E}_F = \frac{\lambda\cdot\frac{r}{\cos^2\theta}\,d\theta}{4\pi\varepsilon_0\,\frac{r^2}{\cos^2\theta}}\left(\cos\theta\,\vec{e}_r - \sin\theta\,\vec{e}_z\right)$$

$$\Rightarrow d\vec{E}_F = \frac{\lambda\,d\theta}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(\cos\theta\,\vec{e}_r - \sin\theta\,\vec{e}_z\right)$$

3/ D'après 1/ seule la composante de $\vec{E}_F$ suivant $\vec{e}_r$ est non nulle (la composante suivant $\vec{e}_z$ est nulle)

(1 pt) $$\Rightarrow \vec{E}_F = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\theta\,\vec{e}_r = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\,\vec{e}_r$$

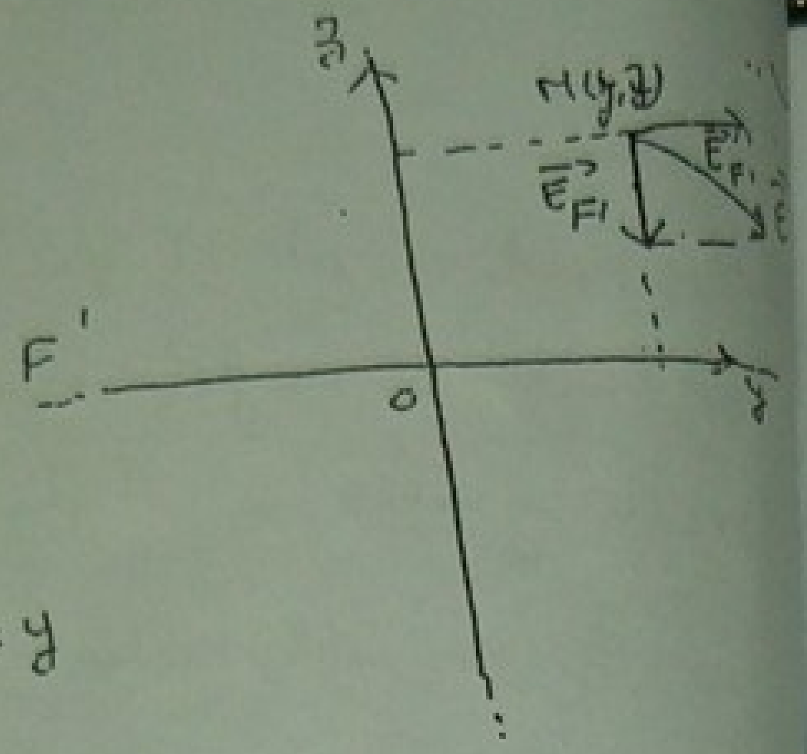
4/ $$\vec{E} = -\vec{\mathrm{grad}}\,V = -\left(\frac{\partial V}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial\varphi}\vec{e}_\varphi + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{e}_z\right) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e}_r$$ (7)

(0,5 pt) ⇒ $\frac{\partial V}{\partial\varphi} = 0$ et $\frac{\partial V}{\partial z} = 0$ ⇒ V ne dépend que de $r$

$\frac{dV}{dr} = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$ ⇒ $V = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\,\mathrm{Log}\,r + K$

or $V(r=1) = 0$ ⇒ $K = 0$

II 1) $\vec{E}(M) = \vec{E_F}(M) + \vec{E_{F'}}(M)$




(1pt) $M \in Oy3 \Rightarrow$ $\vec{E_F}$ est porté par $\vec{j}$

$\vec{E_{F'}}$ " " " $-\vec{k}$ ($\lambda' = -\lambda < 0$)

2) Dans le plan $Oy3$ :

* $\vec{E_F}(M) = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e_r}$ avec $\vec{e_r} = \vec{j}$ et $r = y$

$\Rightarrow \vec{E_F} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y}\vec{j}$

(2pts) * $\vec{E_{F'}}(M) = \dfrac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r'}\vec{e_{r'}}$ avec $\vec{e_{r'}} = \vec{k}$ et $r' = 3$

$\Rightarrow \vec{E_{F'}} = \dfrac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0 3}\vec{k}$

d'où $\vec{E}(M) = \vec{E_F}(M) + \vec{E_{F'}}(M) = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{y}\vec{j} - \dfrac{1}{3}\vec{k}\right)$

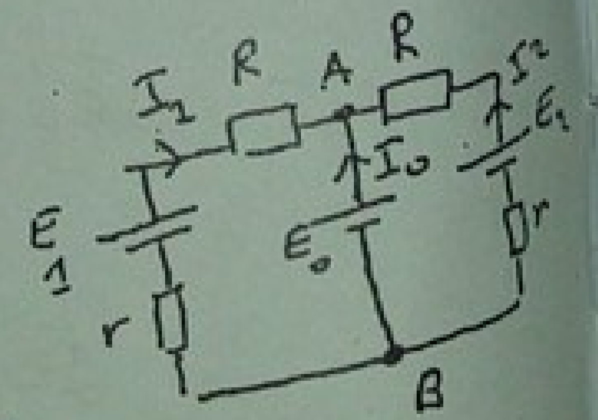
3) le potentiel au pt est la superposition des potentiels créés par F et F' : $V(M) = V_F(M) + V_{F'}(M)$

avec $V_F(M) = -\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\text{Log}\, y + K$

(2pts) et $V_{F'}(M) = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\text{Log}\, 3 + K'$

$\Rightarrow V(M) = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\text{Log}\dfrac{3}{y} + C$ $(C = K + K')$

or $V = 0$ pour $M(1,1) \Rightarrow C = 0 \Rightarrow V(M) = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\text{Log}\dfrac{3}{y}$



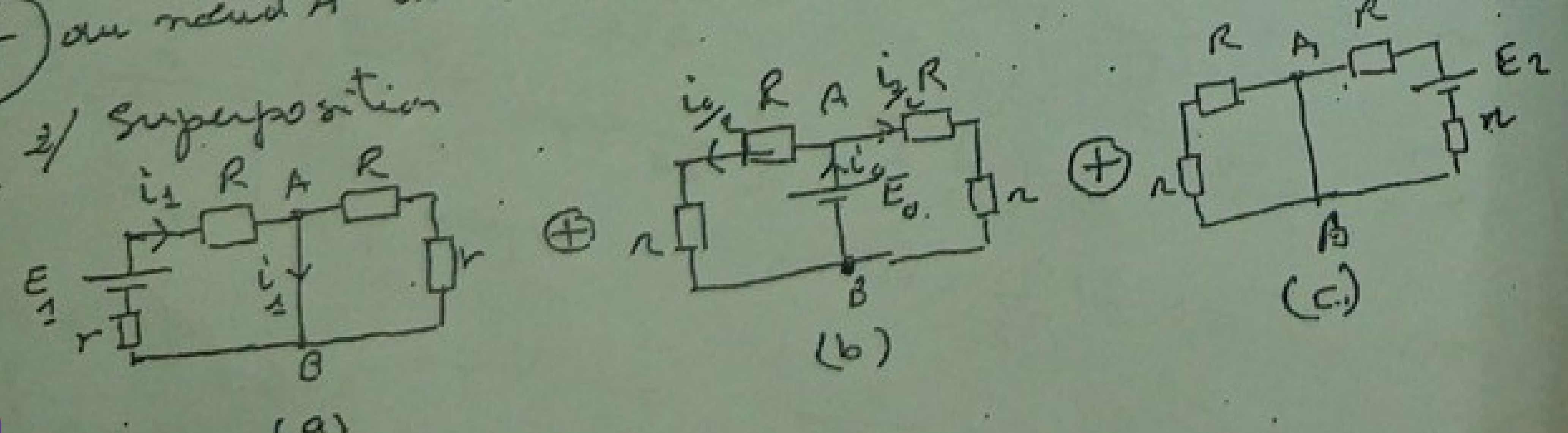

## Exercice 2 : $r_0 = 0$

(0,5pt) 1/ $V_A - V_B = E_0 = E_1 - (r+R)I_1 \Rightarrow I_1 = \dfrac{E_1 - E_0}{R+r}$

(0,5pt) et $V_A - V_B = E_0 = E_2 - (r+R)I_2 \Rightarrow I_2 = \dfrac{E_2 - E_0}{R+r}$

(0,5pt) au nœud A on a : $I_0 = -(I_1 + I_2) = \dfrac{2E_0 - (E_1 + E_2)}{R+r}$

2/ superposition




(a) A et B reliés par un fil $\Rightarrow$ le courant $i_1$ débité par $E_1$ passe totalement par ce fil, aucun courant ne passe dans $(R+r)$

(0,5pt) $\Rightarrow i_1 = \dfrac{E_1}{R+r}$

(b) circuit symétrique $\Rightarrow$ au nœud A $i_0$ est divisé en 2 parties égales

(0,5pt) $\Rightarrow E_0 = (R+r)\dfrac{i_0}{2} \Rightarrow i_0 = \dfrac{2E_0}{R+r}$

(c) même chose qu'en (a) à condition de remplacer $E_1$ par $E_2$

(0,5pt) $\Rightarrow i_2 = \dfrac{E_2}{R+r}$ d'où $I_0 = -i_1 + i_0 - i_2 = \dfrac{2E_0 - (E_1+E_2)}{R+r}$ (0,5pt)

3°/ (0,25pt) $(E_1, r)$ est générateur $\Leftrightarrow I_1 > 0 \Leftrightarrow \dfrac{E_1 - E_0}{R+r} > 0 \Leftrightarrow E_1 > E_0$

(0,25pt) $(E_0, r_0)$ " " $\Leftrightarrow I_0 > 0 \Leftrightarrow \dfrac{2E_0 - (E_1+E_2)}{R+r} > 0 \Leftrightarrow E_0 > \dfrac{E_1+E_2}{2}$

(0,25pt) $(E_2, r)$ est récepteur $\Leftrightarrow I_2 < 0 \Leftrightarrow \dfrac{E_2 - E_0}{R+r} < 0 \Leftrightarrow E_2 < E_0$

4°/ (0,25pt) $I_1 = \dfrac{25 - 20}{5} = 1\,A$ ; $I_2 = \dfrac{12,5 - 20}{5} = -1,5\,A$ (0,25pt) $\Rightarrow$ le sens réel est l'opposé de celui choisi $\Rightarrow (E_2, r)$ est récepteur (0,25pt)

(0,25pt) $I_0 = \dfrac{40 - (25 + 12,5)}{5} = 0,5\,A$

5°/ $P_g = E_1 I_1 = 25\,W$ (0,5pt)

$P_u = E_1 I_1 - r I_1^2 = 24\,W$ (0,5pt)

6°/ $P_r = E_2|I_2| + r I_2^2 = 21\,W$ (0,5pt)

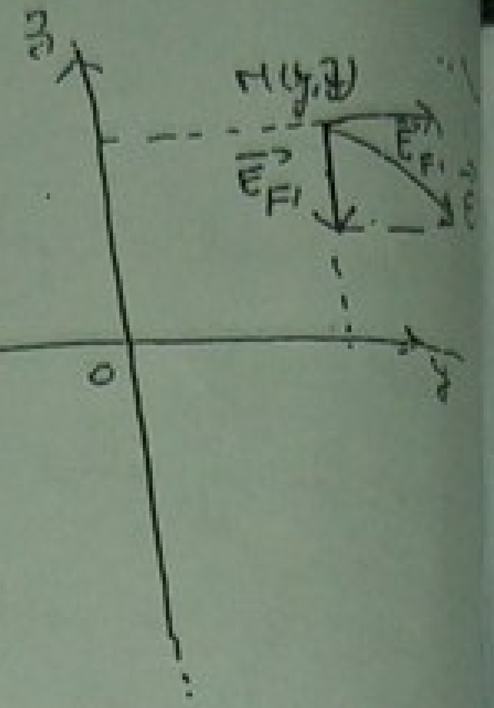
$P_r = E_2|I_2| = 18,75\,W$ (0,5pt)

73

II 1) $\vec{E}(M) = \vec{E}_F(M) + \vec{E}_{F'}(M)$

(1pt) $M \in Oyz \Rightarrow \vec{E}_F$ est porté par $\vec{j}$

$\vec{E}_{F'}$ " " " $-\vec{k}$ (car $\lambda < 0$)




2) Dans le plan $Oyz$ :

* $\vec{E}_F(M) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e}_r$ avec $\vec{e}_r = \vec{j}$ et $r = y$

$\Rightarrow \vec{E}_F = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y}\vec{j}$

(2pts) * $\vec{E}_{F'}(M) = \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r'}\vec{e}_{r'}$ avec $\vec{e}_{r'} = \vec{k}$ et $r' = z$

$\Rightarrow \vec{E}_{F'} = \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0 z}\vec{k}$

d'où $\vec{E}(M) = \vec{E}_F(M) + \vec{E}_{F'}(M) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{y}\vec{j} - \frac{1}{z}\vec{k}\right)$

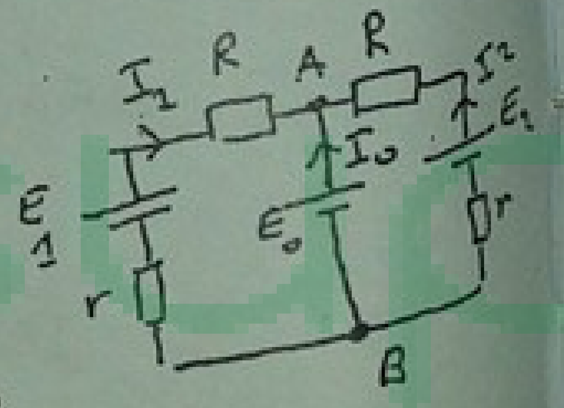
3) le potentiel au pt est la superposition des potentiels cré... par F et F' : $V(M) = V_F(M) + V_{F'}(M)$

avec $V_F(M) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\log y + K$

(2pts) et $V_{F'}(M) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\log z + K'$

$\Rightarrow V(M) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\log\frac{z}{y} + C \quad (C = K + K')$

or $V = 0$ pour $M(1,1) \Rightarrow C = 0 \Rightarrow V(M) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\log\frac{z}{y}$



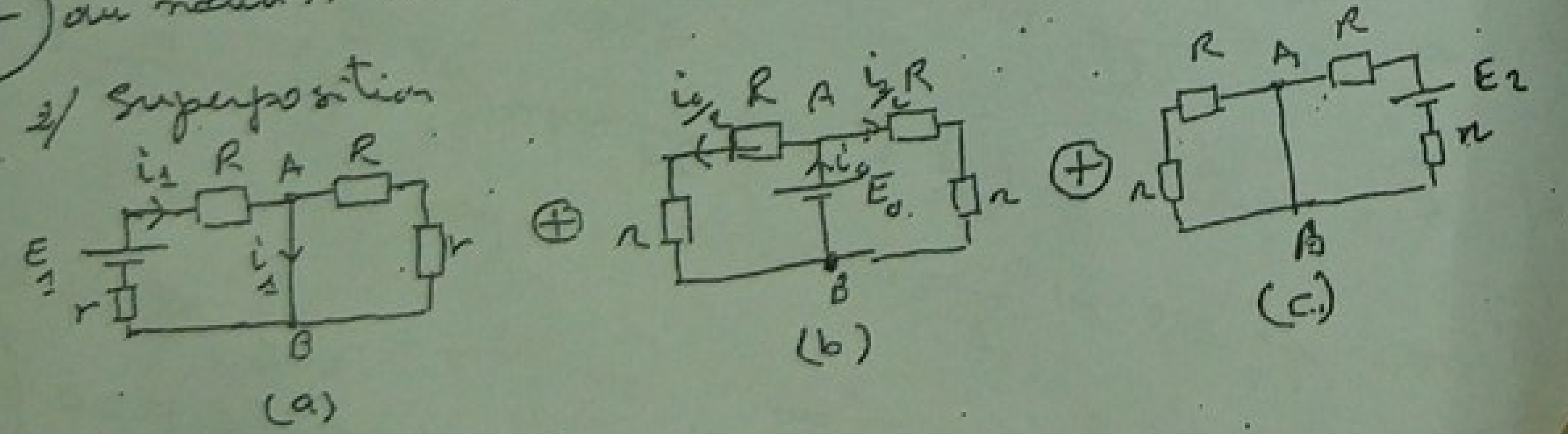

Exercice 2 : $r_0 = 0$

(0,5pt) 1/ $V_A - V_B = E_0 = E_1 - (r+R)I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - E_0}{R+r}$

(0,5pt) et $V_A - V_B = E_0 = E_2 - (r+R)I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{E_2 - E_0}{R+r}$

(0,5pt) au noeud A on a : $I_0 = -(I_1 + I_2) = \frac{2E_0 - (E_1+E_2)}{R+r}$

2/ superposition




(a) A et B reliés par un fil $\Rightarrow$ le courant $i_1$ débité par $E_1$ passe totalement par ce fil, aucun courant ne passe dans $(R+r)$

(0,5pt) $\Rightarrow i_1 = \frac{E_1}{R+r}$

(b) circuit symétrique $\Rightarrow$ au noeud A $i_0$ est divisé en 2 parties égales

(0,5pt) $\Rightarrow E_0 = (R+r)\frac{i_0}{2} \Rightarrow i_0 = \frac{2E_0}{R+r}$

(c) même chose qu'en (a) à condition de remplacer $E_1$ par $E_2$

(0,5pt) $\Rightarrow i_2 = \frac{E_2}{R+r}$ d'où $I_0 = -i_1 + i_0 - i_2 = \frac{2E_0 - (E_1+E_2)}{R+r}$ (0,5pt)

3°/ (0,25pt) $(E_1, r)$ est générateur $\Leftrightarrow I_1 > 0 \Leftrightarrow \frac{E_1 - E_0}{R+r} > 0 \Leftrightarrow E_1 > E_0$

(0,25pt) $(E_0, r_0)$ " " $\Leftrightarrow I_0 > 0 \Leftrightarrow \frac{2E_0 - (E_1+E_2)}{R+r} > 0 \Leftrightarrow E_0 > \frac{E_1+E_2}{2}$

(0,25pt) $(E_2, r)$ est récepteur $\Leftrightarrow I_2 < 0 \Leftrightarrow \frac{E_2 - E_0}{R+r} < 0 \Leftrightarrow E_2 < E_0$

(0,25pt)

4°/ (0,25pt) $I_1 = \frac{25 - 20}{5} = 1\,A$ ; $I_2 = \frac{12,5 - 20}{5} = -1,5\,A \Rightarrow$ le sens réel est l'opposé de celui choisi $\Rightarrow (E_2, r)$ est récepteur (0,25pt)

(0,25pt) $I_0 = \frac{40 - (25 + 12,5)}{5} = 0,5\,A$

5°/ $P_g = E_1 I_1 = 25\,W$ (0,5pt)

$P_u = E_1 I_1 - r I_1^2 = 24\,W$ (0,5pt)

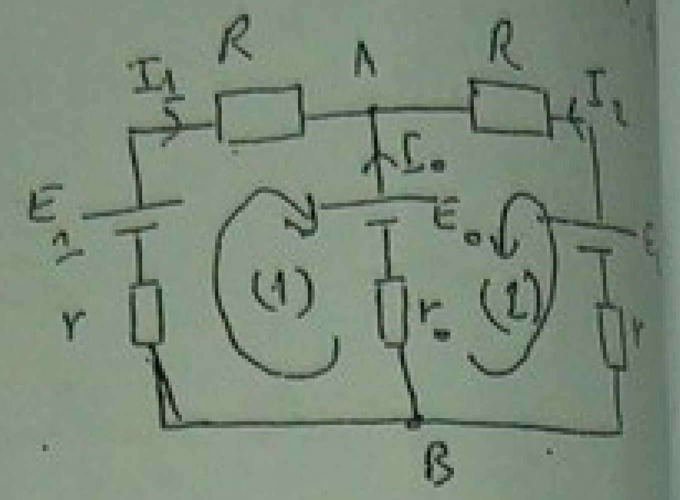
6°/ $P_r = E_2|I_2| + r I_2^2 = 21\,W$ (0,5pt)

$P_r = E_2|I_2| = 18,75\,W$ (0,5pt)

7,3

$7°/ \; r_0 \neq 0$

Loi des nœuds : $I_0 = -(I_1 + I_2)$



Loi des mailles :

(1) $E_0 - r_0 I_0 + (r+R) I_1 - E_1 = 0$

$+ r_0 (I_1 + I_2) + (r+R) I_1 = E_1 - E_0$

$\Leftrightarrow (r_0 + r + R) I_1 + r_0 I_2 = E_1 - E_0$

(2) $E_0 - r_0 I_0 + (r+R) I_2 - E_2 = 0 \Leftrightarrow r_0 I_1 + (r_0 + r + R) I_2 = E_2 - E_0$

$$\Delta = \begin{vmatrix} (r_0+r+R) & r_0 \\ r_0 & (r_0+r+R) \end{vmatrix} = (r_0+r+R)^2 - r_0^2 = (r+R)(r+R+2r_0)$$

$$\Delta I_1 = \begin{vmatrix} E_1 - E_0 & r_0 \\ E_2 - E_0 & (r_0+r+R) \end{vmatrix} = (r_0+r+R)(E_1-E_0) - r_0(E_2 - E_0) = (r_0+r+R) E_1 - r_0 E_2 - (r+R) E_0$$

$$\Delta I_2 = \begin{vmatrix} (r_0+r+R) & E_1 - E_0 \\ r_0 & E_2 - E_0 \end{vmatrix} = (r_0+r+R)(E_2-E_0) - r_0(E_1 - E_0) = (r_0+r+R) E_2 - r_0 E_1 - (r+R) E_0$$

1 pt $\Rightarrow I_1 = \dfrac{\Delta I_1}{\Delta} = \dfrac{(r_0+r+R)E_1 - r_0 E_2 - (r+R)E_0}{(r+R)(r+R+2r_0)}$

1 pt $I_2 = \dfrac{\Delta I_2}{\Delta} = \dfrac{(r_0+r+R)E_2 - r_0 E_1 - (r+R)E_0}{(r+R)(r+R+2r_0)}$

1 pt $I_0 = -(I_1 + I_2) = \dfrac{2E_0 - (E_1 + E_2)}{r+R+2r_0}$


UNIVERSITE CADI AYYAD
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
MARRAKECH



Année universitaire 2004/2005
Module de Physique 2
SMPC-SMA


# Deuxième Contrôle

## ELECTRICITE 1: durée 1h30

N.B. Pour l'exercice I, répondre brièvement mais de manière précise.

**Exercice I :**

A- Soit un conducteur plein (C) qui a la forme d'un ellipsoïde (voir figure 1-a). Ce conducteur (C) porte une charge Q positive, isolé et en équilibre électrostatique.

Répondre aux questions suivantes en justifiant vos réponses :

1 - Le champ est-il nul à l'intérieur de (C) ? $\sum F = 0$

2 - Le potentiel est-il le même en A et en A' ? (les points A et A' étant deux points de la surface du conducteur (C) (voir fig. 1-a)).

3 - La densité de charges volumiques est-elle positive, négative ou nulle ?

4 - La densité de charges est-elle la même en A et en A' ?

5 - Les modules des champs au voisinage des points A et A' sont-t-ils les mêmes ?

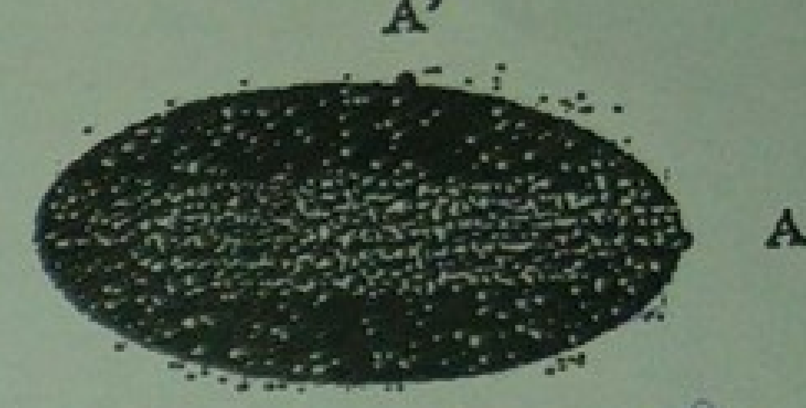


Figure 1-a

B - On approche du conducteur (C) une sphère conductrice (S) initialement neutre et isolée (figure 1-b). L'ensemble des deux conducteurs est en équilibre électrostatique.

Figure 1-b

1 - Les conducteurs (C) et (S) sont-ils en influence totale ? justifier votre réponse.

2 - Illustrer sur le même schéma :

a - La répartition des charges sur les conducteurs (C) et (S).

b - Une représentation des lignes de champ entre les deux conducteurs.

3 - Comparer les valeurs du potentiel en A et au point B.

4 - Que se passera-t-il si on relie la sphère (S) au sol.

**Exercice II :**

On considère le circuit de la figure 2-a

1- En appliquant les lois de Kirchhoff, déterminer les courants $I_1$, $I_2$ et $I_3$ en fonction de E, $R_1$, $R_2$ et $R_3$.

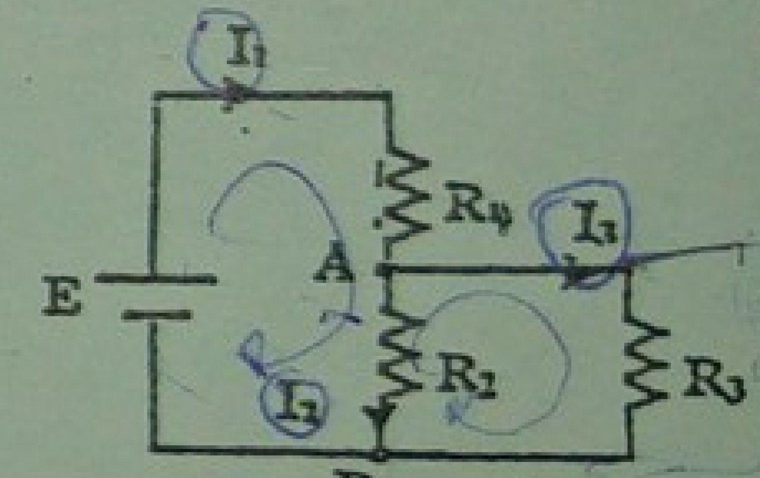


figure 2-a

Pour les questions suivantes, on prendra $R_1 = R_2 = R_3 = R$

2 - On branche aux bornes de la résistance $R_3$ un dipôle (E', r') (voir figure 2-b), par application du théorème de Thevenin, déterminer le courant I' traversant dipôle (E', r') (on donnera l'expression littérale de I').

3- On donne E = 40V, E'=10 V, r' = 2 Ω et R = 24 Ω, calculer numériquement le courant I'. Le dipôle (E', r') est-il un générateur ou un récepteur ? Justifier votre réponse.

4- Calculer la puissance P consommée par le dipôle (E', r').

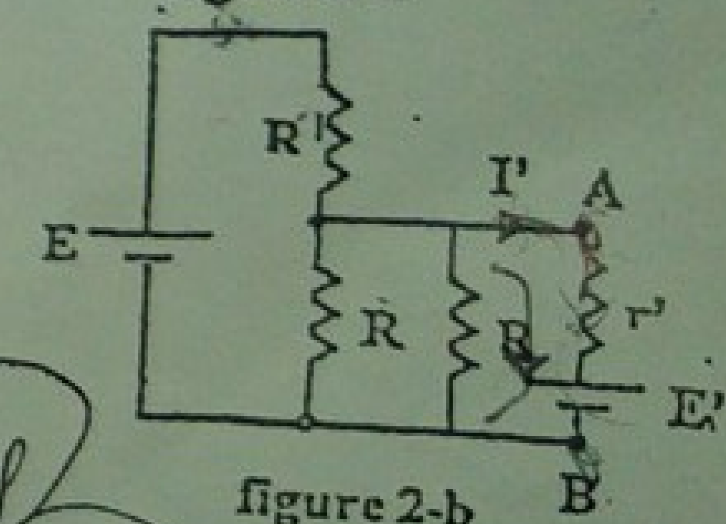


figure 2-b

Année 2004/05

# Correction du contrôle 2

de l'électricité 1 semestre S2

SMPC-SMA

**N.B.** : Pour l'exercice 1, donner pour chaque réponse avec justification un point : une réponse sans justification 0.25 pt.

## Exercice 1( 10 points)

A-

1°) Oui le champ à l'intérieur est nul

car :

- Le champ est nul à l'intérieur d'un conducteur en équilibre

ou

- Charges immobiles à l'intérieur du conducteur ce qui implique la somme des forces électrique est nulle ($\Sigma F=0$) ce qui donne un champ nul à l'intérieur du conducteur en équilibre ($\vec{F} = q\vec{E}$, $\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{E} = \vec{0}$).

2°) Oui le potentiel est le même en A et A'

car :

- Le conducteur en équilibre électrostatique ⇒tout le conducteur est au même potentiel : sa surface est également une équipotentielle ⇒ $V_A = V_{A'}$.

ou

- $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V = \vec{0} \Rightarrow V = Cst \Rightarrow V_A = V_{A'}$

3°) La densité des charges volumiques est nulle

car : d'après la relation de la forme locale du théorème de Gauss $div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_o}$

et puisque $E = 0$ à l'intérieur du conducteur on a $\rho = 0$.

4°) La densité de charges en A et en A' n'est pas la même ($\sigma(A) \neq \sigma(A')$)

car :

- La forme de la surface en A et en A n'est pas la même

ou

- Le rayon de courbure en A et en A' n'est pas le même

ou

- d'après le pouvoir des pointes, la densité en A est plus grande qu'en A'.

5°) Le champ au voisinage de A et de A' n'est pas le même ($|\vec{E}(A)| \neq |\vec{E}(A')|$)

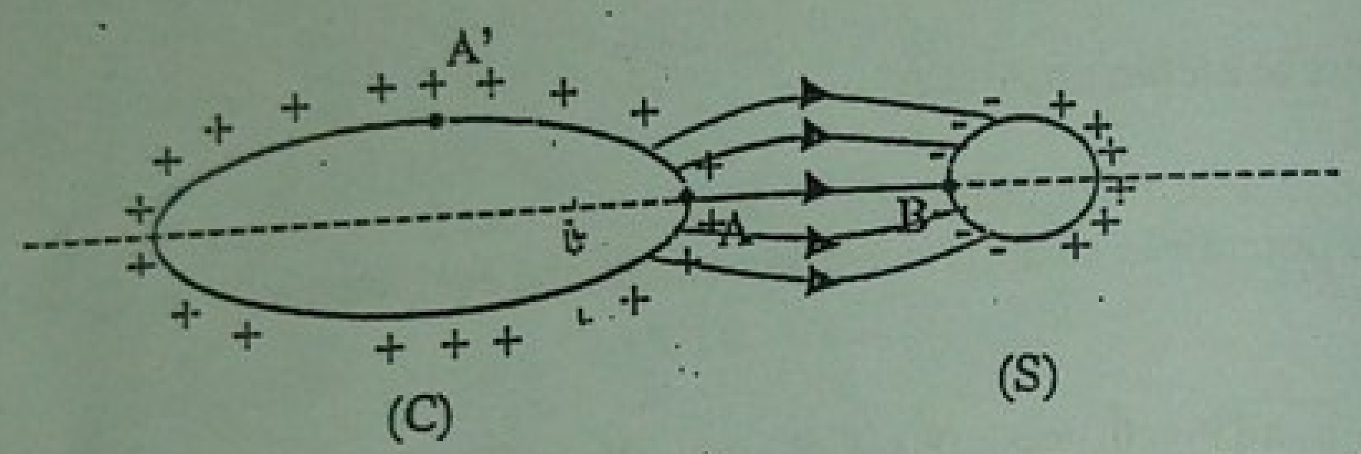
car : d'après le théorème de Coulomb, le champ au voisinage d'un point du conducteur en équilibre dépend de la densité en ce point et comme $\sigma(A) \neq \sigma(A')$ ce ci

implique donc que les champs au voisinage de A et A' sont différents
($|\vec{E}(A)| \neq |\vec{E}(A')|$).

B –
1°) Non, les deux conducteurs sont en influence partielle
car :
- ➢ aucun conducteur n'entoure pas l'autre

ou
- ➢ toutes les lignes de champ partant du conducteur (C) n'arrivent pas totalement au conducteur (S).

2°) Schéma illustrant :
- ➢ la répartition des charges sur les deux conducteurs
- ➢ la représentation de quelques lignes de champ




Les charges positives du conducteur (C) attirent les charges négatives du conducteur (S) et repoussent les charges positives.

3°) Le potentiel en B et inférieur en A (V(B) < V(A))
car :
- ➢ les lignes de champ sont orientées du conducteur (C) vers le conducteurs (S).

ou
- ➢ ou de A vers B vers les potentiels décroissants ($\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$).

4°) Si on relie (S) au sol les charges positives du conducteur (S) vont s'écouler vers la terre.

## Exercice 2 (10points)

1°) **Application des lois de Kirchhoff** (loi des nœuds et loi des mailles) au circuit de la figure 2-a

Loi des nœuds : $I_1 = I_2 + I_3$ soit

0,75pt $\boxed{I_1 - I_2 - I_3 = 0}$ (1)

Loi des mailles: dans le circuit il y'a deux mailles indépendantes I et II. Le

0,75pt Maille I : $-E + R_1I_1 + R_2I_2 = 0$

soit $\boxed{R_1I_1 + R_2I_2 = E}$ (2)

Maille II : $\boxed{-R_2I_2 + R_3I_3 = 0}$ (3) 0,75pt

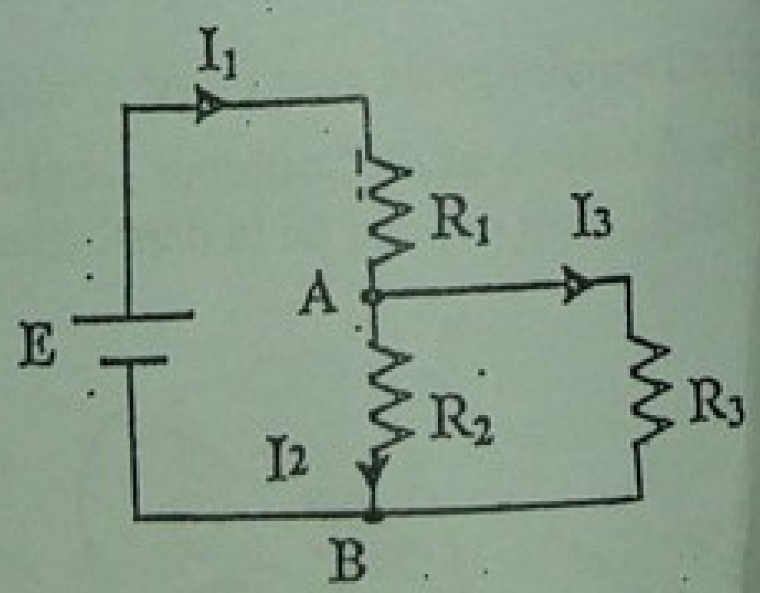


figure 2-a

Les relations (1), (2) et (3) forment le système suivant :

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ R_1I_1 + R_2I_2 + 0 = E \\ 0 - R_2I_2 + R_3I_3 = 0 \end{cases}$$

0,75pt

La résolution de ce système donne : 0,75pt 0,75pt

$$\boxed{I_1 = \frac{(R_2+R_3)E}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}} \quad \boxed{I_2 = \frac{R_3E}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}} \quad \boxed{I_3 = \frac{R_2E}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}}$$

Par la suite on prendra $R_1 = R_2 = R_3 = R$

2°) **Application du théorème de Thevenin** : On enlève la branche AB contenant le dipôle (E', r')
Le montage devient celui de la figure 2-a avec $R_1 = R_2 = R_3 = R$

- ➢ **Tension de Thevenin** $E_{th}$ :

$E_{Th} = (V_A - V_B)_{à\ vide} = RI'_3$ or d'après la première question $I'_3 = \frac{E}{3R}$ d'où

$$\boxed{E_{Th} = \frac{E}{3}}$$ 1pt

**Résistance de Thevenin** $R_{Th}$:
On court-circuite le générateur E. Soit le circuit suivant :

$R_{Th} = R \| R \| R$ soit $\frac{1}{R_{Th}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R}$ d'où $\boxed{R_{Th} = \frac{R}{3}}$ 1 pt

- ➢ On remet la branche AB enlevée. Soit le montage suivant :

$I' = \frac{E_{Th} - E'}{r' + R_{Th}} = \frac{\frac{E}{3} - E'}{r' + \frac{R}{3}}$ d'où $\boxed{I' = \frac{E - 3E'}{3r' + R}}$ 1,5 pt

3°) **Application numérique** : E = 40V, E'= 10V, r' = 2Ω et R = 24Ω Soit

$\boxed{I' = 0.33A}$ 0,5 pt

$I' > 0 \Rightarrow$ le dipôle (E',r') se comporte comme un récepteur 0,5 pt

4°) La puissance consommée par le récepteur :

0,5 pt $\boxed{P = E'I' + r'I'^2}$  AN : $\boxed{P = 3.52 W}$ 0,5 pt

**La remise des notes le jeudi 23/6/05 à la salle des réunions à 16h à la bibliothèque du département**

Et merci pour votre effort

76